Spatiaalinen metsää kuvaava malli ja sen soveltaminen metsäninventointiin

Lauri Mehtätalo
Univ. of Joensuu, Faculty of Forest Sciences

22. huhtikuuta 2008

Sisältö

1 Spatiaalisista pisteprosesseista

- Tarkastellaan prosessia, jossa ilmiön sijainnit kiinteällä alueella on satunnaisia. Tätä kutsutaan **spatiaaliseksi pisteprosessiksi** (spatial point process).

- Jos ilmiöön liittyy myös joku muu ominaisuus, esim pistemäisen esiintymän kokoa kuvaava attribuutti, puhutaan **merkatusta spatiaalisesta pisteprosessista**

1.1 Yleinen malli

Ajatellaan metsikköä, jossa on n puuta ja puun merkkinä on puun koko $Z(s)$. Yleinen malli metsää kuvaavalle spatiaaliselle pisteprosessille voidaan lausua muodossa

$$\{Z(\boldsymbol{s}) : \boldsymbol{s} \in D\} \ ,$$

jossa

- $\boldsymbol{s}$ sisältää realisoituneet puiden paikat (x- ja y-koordinaatit)
- D on n-alkioinen puiden sijaintien joukko
- $Z(\boldsymbol{s})$ ilmoittaa paikassa $\boldsymbol{s}$ sijaitsevan puun koon
- Joko D, $Z(\boldsymbol{s})$ tai molemmat voivat olla satunnaisia.

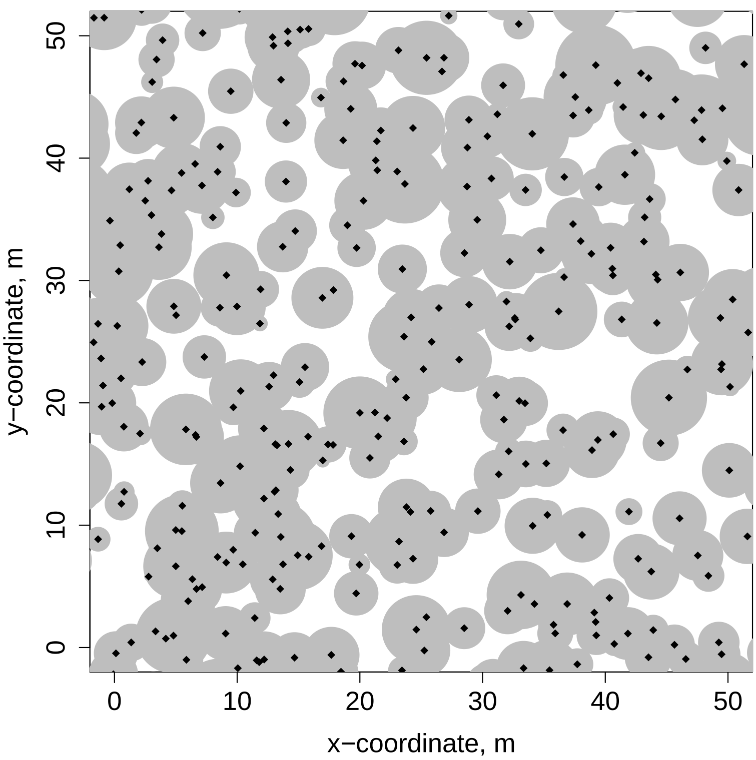
1.2 Homogeeninen poissonprosessi

- Yksinkertaisin spatiaalinen pisteprosessi on homogeeninen poissonprosessi. Se voidaan määrittää seuraavasti
  - Tapausten lukumäärä rajatulla alueella A noudattaa Poisonjakaumaa parametrilla $\lambda v(A)$, jossa $v(A)$ on alueen pinta-ala.
  - Jos alueella A on n tapausta, ne ovat riippumattomia ja muodostavat satunnaisotoksen tasajakaumasta alueella A.
- Merkatussa homogeenisessa pisteprosessissa satunnaisiin sijainteihin liittyy ominaisuus, esim. puun koko tai puulaji.
- Jos puun kokoa kuvaa pinta-ala, esimerkiksi latvuksen ala, voidaan metsä ajatella Boolen mallin reaalisaatioksi

1.3 Boolen malli

Oletetaan että puiden paikat (alkio, germ) tulevat homogeenisesta Poisson-prosessista. Lisäksi oletetaan, paikassa $\boldsymbol{s}$ sijaitsevan puun latvuksen (siemen, grain) ala on $Z(\boldsymbol{s})$, jossa $Z(\boldsymbol{s})$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita.

Esimerkki Ao kuva kuvaa metsää boolen mallin realisaationa, jossa $\lambda =$ 0.1 puuta/m^2 ja Latvusten läpimitat noudattavat Weibull-jakaumaa. Harmaa alue jää latvusten sisään ja pisteet kuvaavat puiden paikkoja.



- Boolen mallissa siis sekä puiden paikat D että merkit Z ovat satunnaisia. Ne ovat myös riippumattomia.
- Ei tehdä oletuksia objektien (latvusten) muodosta.

Olennaisia boolen mallin ominaisuuksia ovat

- Alkioiden määrä X alueella A on Poisson-jakautunut, tiheysfunktio on

$$P(X = x) = \frac{(\lambda v(A))^x e^{-\lambda v(A)}}{x!}$$

  jossa λ on runkoluku (per pinta-alayksikkö) ja $v(A)$ alueen A:n pinta-ala.

- Reikäisyys (porosity) kertoo todennäköisyyden että satunaninen piste ei osu yhteenkään objektiin. Boolen mallin reikäisyys on (Cressie 1993)

$$q = e^{-\lambda \mathrm{E}(Z)}$$

  Huom! Latvuspeittävyys $1 - q$.

2 Sovelluksia metsäninventointiin

2.1 Runkoluvun estimointi kaukokartoitusaineistosta

Yksinkertaisin sovellus saadaan suoraan reikäisyyden kaavasta. Oletetaan että Boolen mallin oletukset toteutuvat, metsikön latvuspeittävyys on cc ja metsän puiden keskimääräinen latvusala on $\bar{Z}$ tunnetaan. Asettamalla $cc = 1 - q$ saadaan runkoluvun estimaattoriksi

$$\hat{\lambda} = -\frac{\ln(1 - cc)}{\bar{Z}} \tag{1}$$

2.2 Isojen puiden alle jäävien puiden estimointi

2.2.1 Otantatodennäköisyys puun koon funktiona

Tarkastellaan puita joiden latvusala on suurempi kuin z. Boolen mallin riippumattomuusoletuksesta seuraa, että näiden runkoluku on

$$\lambda P(Z > z).$$

Alaa z suurempien puiden latvusalan odotusarvo on

$$\frac{1}{P(Z > z)} \int_z^A t f(t|\boldsymbol{\theta}) \mathrm{d}t$$

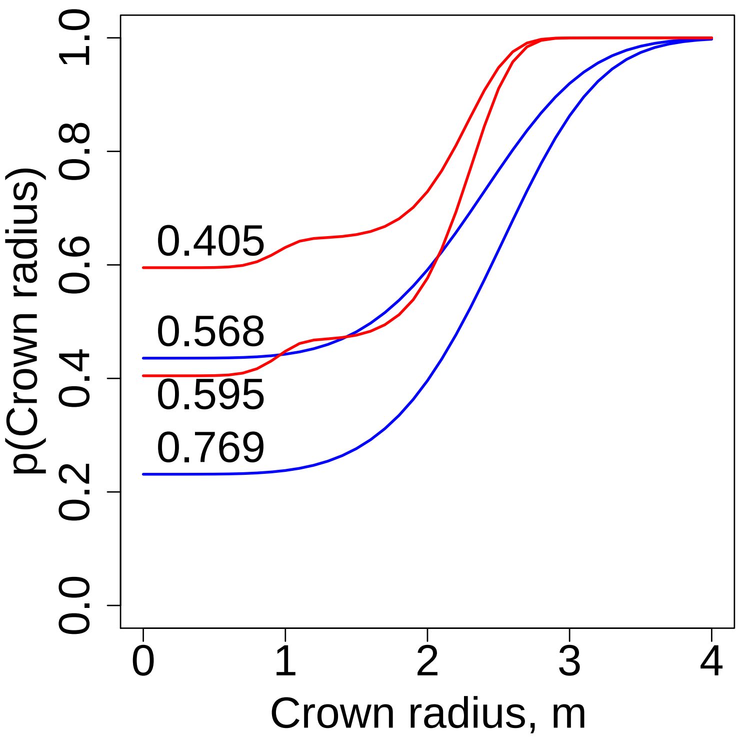
Kirjoittamalla nämä reikäisyyden kaavaan $q = e^{-\lambda \mathrm{E}(Z)}$saadaan alaa z suurempien puiden latvuspeittävyyden odotusarvoksi

$$1 - q(z) = 1 - e^{-\lambda \int_z^A t f(t|\boldsymbol{\theta}) \mathrm{d}t}$$

Kaukokartoituspohjaisessa yksinpuintulkinnassa isojen puiden alle jäävät pienet puut jäävät helposti löytymättä. Oletetaan, että puuta ei voida nähdä kuvalla, jos sen latvuksen keskipiste jää isomman puun latvuksen sisään. Tästä seuraa, puun havaitsemistodennäköisyys on suoraan boolen mallin reikäisyys ko. puuta isompien puiden osalta:

$$q(z) = e^{-\lambda \int_z^A t f(t|\boldsymbol{\theta}) \mathrm{d}t}$$

Esimerkki. Ao kuva kuvaa havaitsemistodennäkoisyyden metsikössä jossa kokojakauma on yksihuippuinen (siniset viivat) ja kaksihuippuinen (punaiset viivat) eri latvuspeittävyyden arvoilla.



2.2.2 Havaittujen latvusten kokojakauma

Jos kaikkien puiden latvusalojen jakauma on $f(z|\boldsymbol{\theta})$, näkyvien puiden latvusalojen jakauma saadaan kertomalla kaikkien puiden jakauma havaitsemistodennäköisyydellä (vrt relaskooppiotanta vs painottamaton otanta).

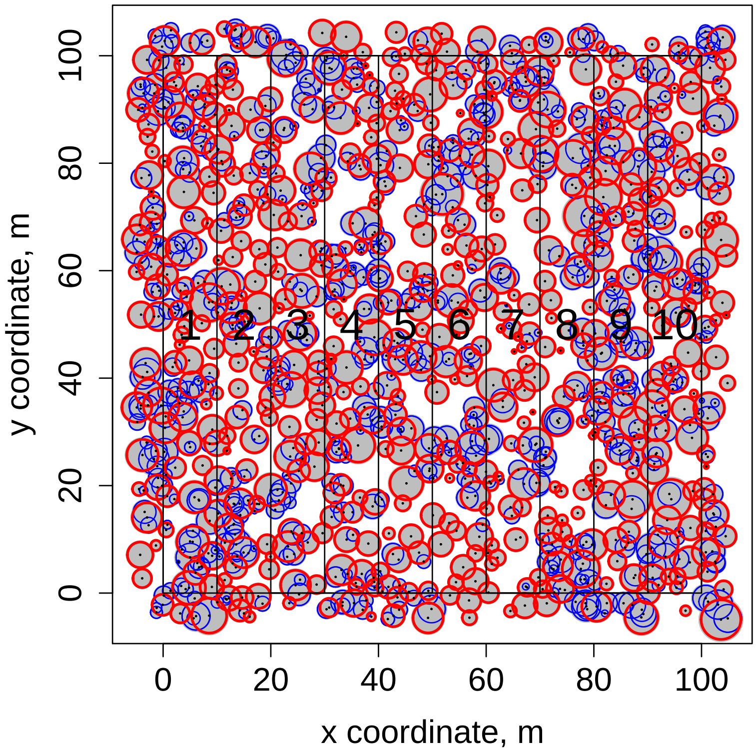
$$f_O(z|\lambda, \boldsymbol{\theta}) = \frac{q(z|\lambda, \boldsymbol{\theta}) f(z|\boldsymbol{\theta})}{\int_0^\infty q(z|\lambda, \boldsymbol{\theta}) f(z|\boldsymbol{\theta})}$$

Korvaamalla runkoluku estimaattorilla (1), sama kaava voidaan kirjoittaa muodossa

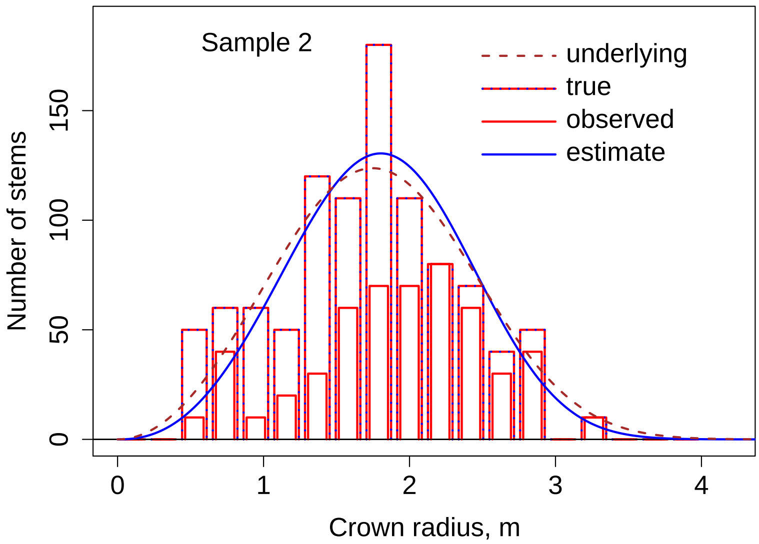
$$f_O(z|cc, \boldsymbol{\theta}) = \frac{q(z|\lambda(cc, \boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta}) f(z|\boldsymbol{\theta})}{\int_0^\infty q(z|\lambda(cc, \boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta}) f(z|\boldsymbol{\theta})} \tag{2}$$

Tämä jakauma voidaan sovittaa havaittujen puiden jakaumaan, jolloin saadaan estimaatti kaikkien puiden kokojakaumalle. Saadusta kokojakaumasta voidaan laskea latvusalan odotusarvo, ja estimoida edelleen runkoluku kaavalla (1).

2.3 Esimerkki



- Yo kuvassa simuloitiin 1000 puuta/ha Weibull-jakaumasta. Punaisella merkityt puut on havaittu ja sinisellä merkityt jäävät havaitsematta.
- Punaisten puiden jakaumaan sovitettiin jakauma (2) suurimman uskottavuuden menetelmällä.
- Ao kuva näyttää tulokset kaistasta numero 2.
- Runkoluvun estimaatiksi saatiin 965 runkoa/ha, kun tosi runkoluku kaistalla oli 990 runkoa/ha.



2.4 Puiden kokojakauman estimointi laserkeilausaineistosta

Em ajatukset voidaan yleistää myös kolmiuloitteiseen tapaukseen, jopka syntyy kun laserhavainnot tulkitaan havainnoksi latvuspinnan korkeudesta tietyssä paikassa. Tästä asiasta voitaisiin jatkaakin siten loppuosa 2 tunnin luennosta ... Lisää aiheesta mm (Cressie 1993, Tomppo 1986, Matern 1960, Mehtätalo 2006, Maltamo and Laukkanen 2001)

Viitteet

Cressie, N.A. 1993. Statistics for spatial data. Wiley, New York, USA.

Maltamo, M., and S. Laukkanen. 2001. Metsää kuvaavat mallit. Silva Carelica 36. Joensuun yliopisto, Joensuu, Finland.

Matern, B. 1960. Spatial variation. Meddelanden från Statens Skogsforskningsinstitut 49(5). Second edition (1986), Lecture notes in statistics, No 36, Springer, New York.

Mehtätalo, L. 2006. Eliminating the effect of overlapping crowns from aerial inventory estimates. Canadian Journal of Forest Research 36(7):1649–1660.

Tomppo, E. 1986. Models and methods for analysing spatial patterns of trees. Comm. Inst. For. Fenn. 138.