

Algebra
Syksy 2009
Harjoitus 3 (Vko 39)

1. Määrä lukuja 15, 281 ja -64 pienimmät ei-negatiiviset jäännökset modulo 6.
2. Onko
$$[15] \cup [281] \cup [-64] = \mathbb{Z},$$
kun tarkastellaan kongruenssia modulo 3?
3. Ratkaise lineaariset kongruenssit (ilmoita vastaukset pienimmän ei-negatiivisen jäännöksen avulla)
 - a) $3x \equiv 6 \pmod{8}$,
 - b) $128x \equiv 833 \pmod{1001}$,
 - c) $58x \equiv 2 \pmod{32}$.
4. Ratkaise kongruenssiyhtälö $x^2 \equiv x \pmod{p}$, missä p on alkuluku.
5. Olkoon p alkuluku. Osoita, että $a^2 \equiv 1 \pmod{p}$ jos ja vain jos $a \equiv 1 \pmod{p}$ tai $a \equiv -1 \pmod{p}$.
6. Selvitä ilman laskinta, millä luvuista 3, 5, 11 on jaollinen
 - a) 30083625.
 - b) 807011455704608.
7. Johda testi sille, milloin luku $n = a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$ on jaollinen luvulla 9 ja ratkaise testisi avulla onko luku 89945638726458978 jaollinen luvulla 9.