

Algebra
Syksy 2009
Harjoitus 7 (vko 43)

1. Laske

- a) $[2, 5, 3, 6, 1, 4]^{-1}$,
- b) $[2, 7, 5, 3, 8, 6, 1, 4]^{-1}$,
- c) $[2, 3, 1, 4] \circ [3, 1, 4, 2]^{-1}$.

2. Laske

- a) 5^{-3} ryhmässä $(\mathbb{Z}_8, +_8)$,
- b) $[2, 3, 4, 1]^2$ ja $[1, 3, 2, 4]^{-2}$ ryhmässä S_4 ,
- c) R_{270}^{-36} ryhmässä D_4 .

3. a) Ratkaise ryhmässä $(\mathbb{Z}_{13} \setminus \{0\}, *_13)$ yhtälö

$$x *_13 3 = 8.$$

b) Ratkaise ryhmässä $(\mathbb{Z}_{27}, +_{27})$ yhtälö

$$23 = -_{27}(2x) +_{27} 24.$$

Huomaa, että $-_{27}(2x)$ tarkoittaa monikerran $2x = x +_{27} x$ vasta-alkiota kyseisessä ryhmässä!

4. Todista, että $(\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times \mathbb{R}$ ja laskutoimitus $*$,

$$(a, b) * (c, d) := (ac, bc + d)$$

muodostavat ryhmän. Onko se Abelin ryhmä?

5. Olkoon $S := \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ja $a * b := a + b + ab$.

- a) Osoita, että $*$ on laskutoimitus joukossa S .
- b) Osoita, että $(S, *)$ on ryhmä.
- c) Ratkaise yhtälö $2 * x * 3 = 7$ ryhmässä S .

6. Näytä 'värittämällä', että ryhmien $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{0\}, *_7)$ ja $(\mathbb{Z}_3, +_3)$ välillä on homomorfismi. Mikä se on?