

---

**Analysis IV**

Spring 2011

Exercises 13 / Suomeksi

---

- (1) Määritellään jonojen  $x, y \in \ell^2$  välinen kulma olemaan

$$\theta(x, y) = \cos^{-1} \left( \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|} \right)$$

missä normi ja sisätulo ovat avaruuden  $\ell^2$  standardit.

Olkoon  $x = \{1/2^n\}_{n=1}^\infty$  ja  $y = \{C/3^n\}_{n=1}^\infty$ , missä  $C \in \mathbb{R}$ . Millä luvun  $C$  arvolla  $\theta(x, y) = \pi/3$ ? Millä luvun  $C$  arvolla  $\theta(x, y) = \pi/2$ ?

- (2) Mikä on funktioiden  $x^2$  ja  $x$  välinen kulma? Käytä avaruuden  $L^2([0, 1])$  standardia normia ja sisätuloa.

- (3) Olkoon  $T : C_{\mathbb{R}}([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$  funktio

$$T(f) = \int_0^1 f(x) dx.$$

Näytä että  $T$  on jatkuva.

- (4) Olkoon  $h \in L^\infty([0, 1])$ . Näytä että funktio  $T : L^2([0, 1]) \rightarrow L^2([0, 1])$ ,

$$T(f) = hf,$$

on jatkuva.

- (5) Näytä että jos  $(x_1, x_2, \dots) \in \ell^2$  niin

$$(0, 4x_1, x_2, 4x_3, x_4, 4x_5, x_6, \dots) \in \ell^2.$$

Olkoon  $T : \ell^2 \rightarrow \ell^2$  funktio

$$T(x_1, x_2, \dots) = (0, 4x_1, x_2, 4x_3, x_4, 4x_5, x_6, \dots).$$

Näytä että  $T$  on jatkuva.

Kurssin jäänteet:

- Tiistai 19.4. : Viimeinen luento
- Keskiviikko 20.4. : Harj. 13, 10:15–12:00, **M303**
- Torstai 28.4. : Toinen välikoe, 7.45–10.00, M103; huomaa että ihan oikeasti alkaa 7.45
- Perjantai 29.4. : ”Harj. 14”, sama aika ja paikka, vain vastaukset välikokeeseen, ei mitään ennakkoon tehtävää