

## Analyysi I

### Demo 1

Seuraavassa  $x, y, a, \dots$  ovat reaalityyppisiä lukuja,  $e = 2,71828\dots$  on Neperin luku.

1. Kerro sulut auki

a)  $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$ ,      b)  $10(8x + x^2)$ ,

c)  $\left(6y - \frac{1}{2}\right)(4y + 2)$ ,      d)  $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$ ,

e)  $(x + y)^2$ ,      f)  $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2} - y\right)$ ,

g)  $(5 - x)(5 + x)$ ,      h)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ,

i)  $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 3)$ ,      j)  $(x^{\frac{1}{2}} + 2)(x^{\frac{3}{2}} - 2x)$ ,

k)  $(x - \sqrt{2})\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .

2. Ota mahdollisimman korkea  $a$ :n potenssi eteen tekijäksi.

a)  $a^2 + 2\pi a$ ,      b)  $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ ,

c)  $\sqrt{2}a^{10} + a^9 + ea^8$ ,      d)  $a^{4-1} + 5a^{3+2} + \pi a^2$ ,

e)  $(a^2)^3 + (a^3)^2$ ,      f)  $a^{3-3} - 10a^{3+3} - (a^3)^3$ ,

g)  $a^{1/2} + a^{3/2}$ ,      h)  $\sqrt{a} + a$ ,

i)  $\sqrt{a^3} + 5\sqrt{a^5}$ .

3. Etsi seuraavien  $x$ :n tai  $y$ :n polynomien nollakohdat.

a)  $x + \pi$ ,      b)  $\frac{1}{3}y - \frac{1}{7}$ ,

c)  $x^2 - \frac{1}{144}$ ,      d)  $3x^2 - x + 1$ ,

e)  $-3y^2 + y + 1$ ,      f)  $-3x^5 + x^4 + x^3$ ,

g)  $y^4 + 2y^3 - 3y - 6$ ,      h)  $y^4 + 2y^3 - 5y^2 - 10y$ .

4. Supista seuraavat rationaalilausekkeet.

a)  $\frac{a+\sqrt{2}}{(a+\sqrt{2})^3}$ ,      b)  $\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^3}$ ,

c)  $\frac{a^3+10a^2+\pi a}{a\left(a-\frac{1}{2}\right)}$ ,      d)  $\frac{3x+9}{6x}$ ,

e)  $\frac{y^2+3y-4}{y-1}$ ,      f)  $\frac{x^2-\frac{3}{2}x-1}{x^2-\frac{9}{5}x-\frac{2}{5}}$ ,

g)  $\frac{y^{3+2}+3y^{3\cdot 2}+2(y^2)^3}{5y^{2^3}+\pi y^{2^3}}$ .

5. Laske yhteen (eli kirjoita muodossa  $\frac{A}{B}$ , missä  $A$  ja  $B$  ovat lukuja tai  $x$ :n tai  $a$ :n polynomeja).

a)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{4}{3}$ ,      b)  $\frac{99}{101} + \frac{101}{99} - 2$ ,

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{x}$ ,      d)  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$ ,

e)  $\frac{a}{a+1} - \frac{2a+1}{a+1}$ ,      f)  $\frac{x+\pi}{x} + \frac{\pi}{x(x+1)}$ ,

g)  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x(x-2)}$ ,      h)  $\frac{x^2+3}{x^2} - \frac{x+3}{x}$ .

6. Kirjoita ilman itseisarvomerkkejä.

Esim. 1.

$$\left|30 - \frac{100}{5} + \frac{1}{3}\right| = \left|30 - 20 + \frac{1}{3}\right| = \left|10 + \frac{1}{3}\right| = 10\frac{1}{3}$$

Esim. 2.

$$|x| + |x+2| = \begin{cases} x + x + 2 = 2x + 2, & \text{jos } x \geq 0 \\ -x + x + 2 = 2, & \text{jos } -2 \leq x \leq 0 \\ -x - x - 2 = -2x - 2, & \text{jos } x \leq -2. \end{cases}$$

a)  $|x + \pi|$ ,      b)  $|3x - \pi|$ ,

c)  $|x^2 + 1|$ ,      d)  $|-2x^2 + x + 3|$ ,

e)  $|x - 3| + |x - 4|$ ,      f)  $2|x + \frac{1}{3}| - |x^2 + 1|$ ,

g)  $||x + 2| - 3|$ ,      h)  $|2 + |x^2 - 2||$ .