

Analyysi I

Demo 2

1. Ratkaise epäyhtälö

$$\left| \frac{2x + 1}{x - 1} \right| < 2.$$

2. Ratkaise epäyhtälö

$$\left| \frac{x}{1 - x} \right| < 1.$$

3. Todista, että jos $x < y$, niin näiden lukujen välissä on aina ääretön määrä rationaalilukuja. (Käytä lausetta 1.3.)

4. Osoita, että jos x on reaaliluku, joka toteuttaa $|x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{100}$, niin $|x^3 - \frac{1}{8}| < 1$.
Neuvo. Kirjoita polynomi $x^3 - \frac{1}{8}$ eli $x^3 - (\frac{1}{2})^3$ polynomin $x - \frac{1}{2}$ ja jonkun toisen polynomin tulona. Arvioi ylöspäin toisen polynomin itseisarvoa annetuilla x . Käytä kolmioepäyhtälöä.

5. Kuten tehtävä 4, jos

$$|x - \pi| < \frac{1}{1000},$$

niin osoita

$$|x^2 - 3x - (\pi^2 - 3\pi)| < 1.$$