

Analyysi I

Demo 3

1. Jos joukot $A \subset \mathbf{R}$ ja $B \subset \mathbf{R}$ ovat suljettuja, onko joukko $A \cup B$ suljettu? Miksi? (Lause 1.9)
2. Kaikilla $n \in \mathbf{N}$ määritellään joukot

$$A_n = \left] -\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2} \right[.$$

Mikä on joukko

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n?$$

Onko se avoin tai suljettu?

Laske seuraavien kompleksilukujen reaali- ja imaginaariosat. Tässä $a, b, x, y \in \mathbf{R}$ sekä $z \in \mathbf{C}$.

4.

a) $\pi(3 - 4i)$, b) $(\sqrt{2} + i)(\sqrt{2} - i)$, c) $ai(b - b^2i)$, d) $i(1 - i)^2$.

5.

a) $(\frac{2}{5} - \frac{i}{5})(\frac{i}{3} + \frac{2}{3})$, b) $\frac{1}{i}$, c) $\frac{1}{5+ei}$, d) $\frac{x+iy}{3-i} + \frac{x-iy}{3+i}$.

6.

a) $z + \bar{z}$, b) $z - \bar{z}$, c) $z\bar{z}$, d) $\frac{2+i}{\sqrt{2}-i} + \frac{2-i}{1-\sqrt{2}i}$.