

**Analyysi I**, syksy 2001

Demo 12

1. Käyttäen käänteisfunktion derivointikaavaa, laske funktion  $f$ ,

$$f(x) = \overline{\arcsin} x, \quad x \in ]-1, 1[,$$

derivaatta.

2. Samoin kuin tehtävässä 1, funktiona  $g$ ,

$$g(x) = \overline{\arccos} x.$$

Harjoitteleme vielä estimointia.

3. Olkoon  $s > 0$  annettu. Etsi jokin luku  $r > 0$  (joka voi riippua luvusta  $s$ ) siten, että ehdosta

$$|x - 4| < r$$

seuraa

$$|\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt{21}| < s.$$

Neuvo. Tässä esiintyy funktio  $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ , jonka jatkuvuudesta pisteessä 4 on itse asiassa kysymys;  $f(4) = \sqrt{21}$ . Yritä kirjoittaa lauseke  $|\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt{21}|$  muodossa  $|x - 4| \cdot \text{jotakin jne.}$

4. Olkoon  $s > 0$  annettu. Etsi jokin  $r > 0$  siten, että ehdosta

$$|x - 2| < r$$

seuraa

$$|x^3 + \sqrt{x^3 + 8} - 12| < s.$$

(Huom.  $12 = 8 + 4$ , arvioi erikseen  $|x^3 - 8|$  ja  $|\sqrt{x^3 + 8} - 4|$ .)

5. Olkoon  $s > 0$  annettu. Etsi jokin  $r > 0$  siten, että ehdosta

$$|x - 1| < r$$

seuraa

$$\left| \frac{x^2}{x - \frac{101}{100}} + 1 \right| < s.$$