

## Analyysi II, 3

Demo 4, kevät 2002

1. Onko funktiolla

$$(x, y) \mapsto \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2}$$

raja-arvoa origossa?

2. Laske funktion

$$f(x, y) := \log(x^2 + y^2)$$

osittaisderivaatat  $D_1 f$  ja  $D_2 f$  origon ulkopuolella. Osoita, että

$$|(D_1 f(x, y), D_2 f(x, y))| = \frac{2}{|(x, y)|}, \text{ kun } (x, y) \neq \bar{0}.$$

3. Olkoon

$$g(x_1, x_2, x_3) := \frac{1}{|\bar{x}|}, \text{ kun } \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \neq \bar{0}.$$

Osoita, että  $g$  toteuttaa ns. Laplace-yhtälön

$$D_{11}g + D_{22}g + D_{33}g = 0.$$

4. Olkoon

$$f(x, y) = e^{(x+y)^2}.$$

Laske sen kaikki osittaisderivaatat kertalukuun 3 asti.

5. Olkoon  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2$  jatkuva funktio. Osoita, että  $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ ,  $g(x, y) := f(x)$ , on jatkuva.