
Analyysi II, 3

Demo 10, kevät 2002, viikko 15 (8.-12.4.)

Demotilaisuudet tietokoneluokassa M17: **R1** ti klo 8-11, **R2** ti klo 11-14, **R3** ke klo 8-11, **R4** ke klo 11-14, **R5** to klo 8-11, **R6** to klo 11-14.

1. a) Piirrä tasoon käyrä, jonka parametriesitys on

$$\varphi(t) := \begin{cases} (0, t), & t \in [0, 1] \\ (t-1, 1), & t \in [1, 2] \\ (1, 1-(t-2)), & t \in [2, 3] \\ (1-(t-3), 0), & t \in [3, 4] \end{cases}$$

b) Parametrisoi tasossa murtoviiva, joka kulkee pisteestä $(1, 2)$ pisteen $(1, 4)$ kautta pisteeseen $(2, 5)$.

2. a) Olkoon
- $a > 0$
- ja
- $b > 0$
- . Osoita ensin, että piste
- $(a \cos t, b \sin t)$
- toteuttaa ellipsin yhtälön

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

kaikilla $t \in [0, 2\pi]$. Onko kuvaus

$$\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right\}, \quad \gamma(t) = (a \cos t, b \sin t)$$

surjektio?

b) Parametrisoi ellipsin $(x-1)^2 + 9y^2 = 4$ reuna (alkupiste mielivaltainen).

3. Parametrisoi avaruudessa
- \mathbf{R}^3
- murtoviiva
- $(0, 0, 0) \rightarrow (1, 0, 0) \rightarrow (1, 2, 0) \rightarrow (1, 2, 3)$
- .

4. Määrättävä funktion
- $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$
- suurin ja pienin arvo joukossa

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

5. a) Laske tasossa käyräintegraali

$$\int_{\Gamma} f(x, y) dx + g(x, y) dy,$$

kun Γ on paraabelin $y = x^2$ kaari pisteestä $(0, 0)$ pisteeseen $(2, 4)$ ja

$$f(x, y) = y \sin x, \quad g(x, y) = \frac{1}{x^2 + 3}.$$

b) Laske avaruudessa \mathbf{R}^3 käyräintegraali

$$\int_{\Gamma} f(x, y, z) dx + g(x, y, z) dy + h(x, y, z) dz,$$

kun

$$\Gamma = \left\{ \left(\frac{2}{\sqrt{10}} \cos t, \frac{2}{\sqrt{10}} \cos t, \sin t \right) \in \mathbf{R}^3 \mid t \in [0, 2\pi] \right\}$$

ja

$$f(x, y, z) = yz, \quad g(x, y, z) = xy, \quad h(x, y, z) = z.$$