
Analyysi II, 3Demo 11, kevät 2002

Missä seuraavat vektorikentät ovat pyörteettömiä? Määrä niiden potentiaalit.

1. Tasossa kenttä

$$f(x, y) = \left(\frac{x - 2y}{(y - x)^2}, \frac{y}{(y - x)^2} \right)$$

2. Avaruuskenttä

$$f(x, y, z) = \left(\frac{xy + z}{xz}, \frac{xy + z}{yz}, -\frac{xy + z}{z^2} \right)$$

3. Avaruuskenttä

$$f(x, y, z) = \left(\frac{a}{z}, -\frac{b}{z}, \frac{by - ax}{z^2} \right), \quad a, b \in \mathbf{R}.$$

Laske seuraavien kaarien painopisteet:

4. Homogeeninen sykloidikaari

$$\{ (x, y) \mid x = t - \sin t, y = \cos t \}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

5. Paraabelin kaari

$$\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 = 2y \},$$

jonka tiheys on $\rho(x, y) = x(1 + 2y)^{-1/2}$.