
Analyysi II, 3Demo 12, kevät 2002

1. Laske

a)
$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2) dx dy,$$

b)
$$\int_0^3 \int_{-2}^0 (x^2 y - 2xy) dy dx.$$

2. Laske

$$\iint_A y dx dy,$$

kun A on koordinaattiakselien ja suoran $x + y = 1$ rajoittama kolmio.3. Laske sen kappaleen tilavuus, jota rajoittaa ylhäältä sylinteri $z = x^2$ ja joka on xy -tason alueen A yläpuolella; A :n reuna muodostuu paraabelista $y = 2 - x^2$ ja suorasta $x = y$. (Piirrä kuva!)

4. Muuta integroimisjärjestys kaksinkertaisissa integraaleissa

a)
$$\int_2^{4-2x} \int_0^1 dy dx,$$

b)
$$\int_0^{9-4x^2} \int_0^{3/2} 16x dy dx.$$

ja laske integraalit.

5. Laske integraali

$$\iint_A x dx dy,$$

kun

$$A = \{ (x, y) \mid x^2 - x + y^2 \leq 0 \},$$

suorittamalla muuttujanvaihto

$$x = \frac{1}{2} + r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi,$$

missä $0 \leq r \leq 1/2$ ja $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.