Analyysi III
Demo 1, syksy 2002

1. Osoita määritelmää 1.1 käyttäen, että lukujono $(x_n)_{n=1}^{\infty}$, missä
$$x_n = \frac{1}{\sqrt{n}},$$
suppenee raja-arvoon 0.

2. Samoin, osoita, että lukujono $(3, -2, 3, -2, 3, -2, \dots)$ hajaantuu.

3. Laske raja-arvo
$$\text{a)}\quad \lim_{n\to\infty} \frac{\pi n^2 - n - 3}{n(n-2)}$$
$$\text{b)}\quad \lim_{n\to\infty} \frac{n + \sin n\pi}{n^3}$$

4. Samoin
$$\text{a)}\quad \lim_{n\to\infty} \frac{e^n + n}{e^n + n^2}$$
$$\text{b)}\quad \lim_{n\to\infty} \frac{(n^2+1)e^n}{(2n^2 - n)e^n + 1}$$
$$\text{c)}\quad \lim_{n\to\infty} \frac{e^n + e^{-n}}{e^{2n}}$$
kun tiedetään, että
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^k}{e^n} = 0$$
kaikilla $k \in \mathbf{N}$.

5. Samoin,
$$\text{a)}\quad \sqrt{n + \frac{1}{n}} - \sqrt{n+2}$$
$$\text{b)}\quad \sqrt{n}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1})$$