
Analyysi III

Demo 4, syksy 2002

1. Suppeneeko sarja

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (\log n)^{-1},$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(n\pi)}{n},$$

$$\text{c) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\log n}?$$

2. Oletetaan, että sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

suppenee, kun $0 \leq x < 1$ ja että kertoimet a_n ovat positiivisia. Muodosta tämän sarjan ja sarjan

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

tulo.

3. Ota edellisessä esimerkissä $a_n = n + 1$, ja muodosta näin sarjakehitelmä funktiolle $1/(1-x)^3$.

4. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n + \frac{1000}{n}}}$$

suppenemista.

5. Arvioi, kuinka monta termiä sarjasta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

on otettava, että pisteessä $x = -1/4$ saataisiin likiarvo, jonka virhe on enintään 10^{-2} .