
Analyysi III

Demo 7, syksy 2002

1. Integroi

a) $\int_1^4 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$

b) $\int_{-3/2}^{3/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 - x^2}}$

2. Integroi

a) $\int_1^e \log x dx$

b) $\int_0^{1/2} \overline{\arcsin} x dx$

c) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$

3. Laske

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{nx^2}{1 + nx},$$

kun $x \in [0, 1]$. Onko suppeneminen tasaista tällä välillä?

4. Tiedetään, että jos a on mielivaltainen aidosti positiivinen reaaliluku, niin

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0.$$

Osoita tämän avulla, että funktiojono $(f_n)_{n=1}^{\infty}$,

$$f_n(x) := \frac{x^n}{n!},$$

suppenee nolnaan tasaisesti jokaisella suljetulla välillä, mutta ei suppene tasaisesti koko reaalilukujen joukossa.

5. Osoita lauseen 4.4 avulla, että jono

$$\frac{x^{2n}}{1 + x^{2n}}$$

ei suppene tasaisesti \mathbf{R} :ssä.