
Analyysi III

Demo 8, syksy 2002

1. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n(1+x^2)}$$

suppenee tasaisesti joukossa \mathbf{R} .

2. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^x}$$

tasaisesti joukossa $\{x \geq a\}$, kun a on jokin ykköistä aidosti suurempi luku, esim. $a = 1 + 1/100$?

3. Johda funktiolle

$$x \mapsto \overline{\arcc} \tan x$$

sarjakehitelmä lähtemällä sen derivaatan kehitelmästä. Mikä on kehitelmäsi pätevyysalue?

4. Olkoon

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}.$$

Millä x :n arvoilla f on jatkuva? Laske

$$\int_1^2 f(x) dx.$$

5. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$$

tasaisesti välillä $] -1, 1[$?