
Analyysi III

Demo 12, syksy 2002

1. Muodosta Taylor-sarja funktiolle

$$\text{a) } e^{1+x^2}, \quad \text{b) } e^{x^4}.$$

Laske kummankin 30. derivaatta pisteessä 0.

2. Muodosta $x + 3$:n potenssien mukaan etenevä Taylor-sarja funktiolle

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}.$$

3. Johda sarjakehitelmä luvulle $\sqrt{3}$ ottaen huomioon, että

$$\sqrt{3} = \frac{\sqrt{49 - 1}}{4}.$$

Laske tämän avulla luvun $\sqrt{3}$ likiarvo 10^{-4} :n tarkkuudella.

4. Laske binomisarjan avulla kolmen desimaalin likiarvo luvulle $265^{1/7}$.

5. Todista oikeaksi Machinin kaava

$$\frac{\pi}{4} = 4\overline{\arctan} \frac{1}{5} - \overline{\arctan} \frac{1}{239},$$

ja johda sen avulla sarja π :n likiarvojen laskemiseksi. Kommenttisi sarjan suppenemisvauhdista?