

Tämä tehtäväpaperi pitää palauttaa ratkaisut sisältävänä ennen poistumista.

Kopion tehtävistä ja ”malliratkaisuista” saa poistuessaan ottaa kahvion pöydältä.

Tehtävät tulee ratkaista yksin. Kaikkea luento- ja harjoitusmateriaalia saa käyttää hyväksi.

Kustakin tehtävästä voi saada 5 pistettä. Aikaa on kolme tuntia, poistua saa vasta 13.45 jälkeen.

Tehtävissä 1 ja 2 on esitetty eräitä väitteitä, joiden paikkansapitävyys pitää selvittää.

Kunkin rivin oikeassa reunassa on kaksi vaihtoehtoa T(osi) ja E(pätösi). joista **yksi ja vain yksi on rengastettava**. Oikein valittu T tai E tuottaa 1 pisteen.

Tehtävä 4 on kääntöpuolella, tehkää se siististi sinne!

1. Olkoot P ja Q lauseita ja A, B ja $C \subseteq E$ epätyhjiä joukkoja. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia:

a) Olettaen, että P on tosi ja Q epätösi, on

$(P \wedge (\neg Q \Rightarrow \neg P)) \Rightarrow Q$ epätösi lause. T E

b) $A \cup B = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}) \cup (A \cap B)$ T E

c) Olettaen, että $A \cap B = \emptyset$, on

$n(A \cup B \cup C) = n(A \setminus C) + n(B \setminus C) + n(C)$. T E

d) Sama relaatio ei voi olla sekä ekvivalenssi että osittainen järjestys. T E

e) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ T E

2. Olkoot suuntaamattoman verkon G solmut $\mathbf{X} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ja verkossa kaaret $E = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 4, 6 \rangle\}$. Ovat seuraavat väitteet tosia vai epätosia:

a) G on yksinkertainen. T E

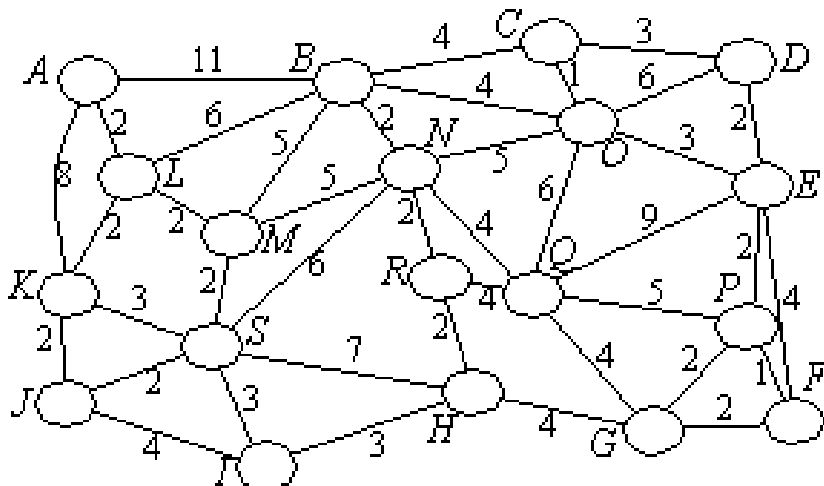
b) G on täydellinen. T E

c) G on yhtenäinen. T E

d) G Eulerin verkko. T E

e) G Hamiltonin verkko. T E

3. Etsi Dijkstran menetelmällä virittävä puu, josta käyvät selville lyhimät ketjut solmusta A muihin solmuihin alla kuvatussa painotetussa verkossa. Ilmoita lyhimät etäisyydet kuvan rinkuloissa.



4. Pue seuraava järkeily logiikan päättelyksi ja selvitä sen johdonmukaisuus totuusarvotaulukon avulla:

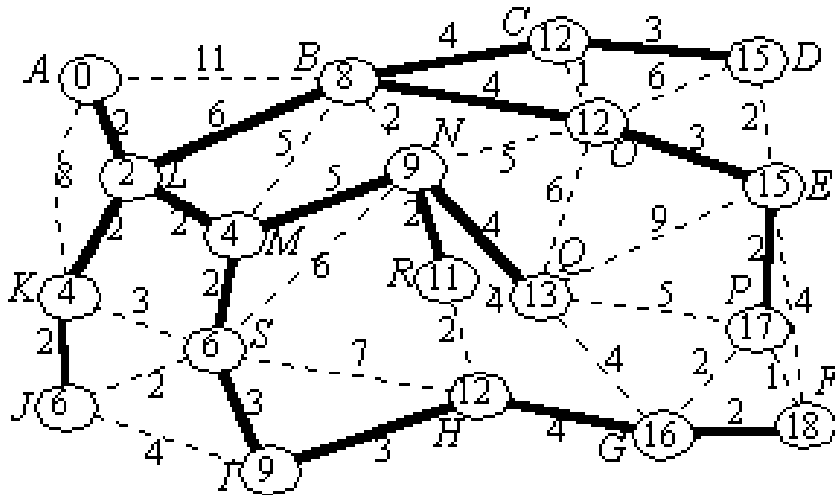
Jos syön karkkeja enkä harjaa hampaitani huolella, hampaisiini tulee reikiä.

En syö karkkeja ja harjaan hampaani huolella.

Siis hampaisiini ei tule reikiä.

Kokeen ratkaisut

1. a) E, b) T, c) T, d) E, e) T.
2. a) T, b) E, c) T, d) T, e) E.
3. Lyhimmät ketjut näkyvät seuraavasta:



4. Asetelma

P : "Syön karkkeja."

Q : "Harjaan hampaani huolella." ja

R : "Hampaisiini tulee reikiä."

johtaa premisseihin $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$ ja $\neg P \wedge Q$ sekä johtopäätökseen $\neg R$. Päättely on siis

$$\left(((P \wedge \neg Q) \Rightarrow R) \wedge (\neg P \wedge Q) \right) \Rightarrow \neg R,$$

minkä tautologisuutta tulisi tutkia, tai niinkuin kurssilla normaalisti tehtiin, tutkia to-
tuusarvotaulukosta ne rivit joilla premissit ovat molemmat tosia.

Taulukon viides rivi osoittaa päättelyn epäjohdonmukaiseksi, sillä siinä on johtopäätös
epätosi.

P	Q	R	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$	$\neg P \wedge Q$	$\neg R$
T	T	T	E	E	E	T	E	E
T	T	E	E	E	E	T	E	T
T	E	T	E	T	T	T	E	E
T	E	E	E	T	T	E	E	T
E	T	T	T	E	E	T	T	E
E	T	E	T	E	E	T	T	T
E	E	T	T	T	E	T	E	E
E	E	E	T	T	E	T	E	T