

---

**Differentiaaliyhtälöt**, syksy 2001  
Harjoitus 7 (viikolla 43, 23.-25.10.)

---

Pidämme ensimmäisen välikokeen kahdessa erässä. Kaikki jotka haluavat, voivat tulla välikokeeseen 2.11.2001 klo 8-10 salissa M1. Ilmoittautuminen tapahtuu demojen 7 yhteydessä (tai sähköpostilla, ken ei demoihin tule).

Muulle koe on alkuperäisen ohjelman mukaisesti 14.11.2001 klo 8-10 M1.

Koealue: asiat joita käsitellään demoissa 1-8.

---

Suuntakenttien piirto on mahdollista mm. WWW-sivuilla

<http://matta.hut.fi/matta/dew.html#> (printtauskin voi onnistua)

<http://math.rice.edu/~dfield/#java>

Edellinen on osa laajempaa MatTa-projektin DY-materiaalia osoitteessa:

<http://matta.hut.fi/matta/deltapl.html>

---

Ratkaise tehtävät 1-4 muuntamalla ne ensin 1. kertaluvun yhtälöiksi.

---

1. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

a)  $y'' = y' + 1$ ,

b)  $xy'' - 2y' = 0$ .

2. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$y'' + (y')^2 + 1 = 0, \quad y'(0) = 0, y(0) = 1.$$

3. Ratkaise reuna-arvot tehtävä

$$y'' = x \cos x, \quad y(0) = y(\pi) = 0.$$

4. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$y'' = 4y^3 + 4y, \quad y(0) = 1, y'(0) = -2\sqrt{2}.$$

*Vihje:* sijoita tässä  $y' = z \circ y$ . Käytä toista alkuehtoa jo laskettuasi ensin derivaatan  $y'$ .

5. Muodosta sellainen toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö, jonka ratkaisuja ovat tason  $r$ -säteiset ympyrät.

*Vihje:* Muodosta  $(c_1, c_2)$ -keskisen  $r$ -säteisen ympyrän yhtälö, derivoi se kahdesti ja eliminoi integroimisvakiot  $c_1, c_2$ .

6. Tutki lineaarisen riippumattomuuden määritelmän avulla, onko seuraava avaruuden  $\mathcal{C}(\mathbf{R})$  funktiojoukko vapaa, siis lineaarisesti riippumaton:

$$\mathcal{F} = \{2x^3, 2|x|^3 - x^3\}.$$

Entä jos tarkastelemme niitä avaruudessa  $\mathcal{C}(\mathbf{R}_+)$ ?

7. Tutki lineaarisen riippumattomuuden määritelmän avulla, onko seuraava avaruuden  $\mathcal{C}(\mathbf{R})$  funktiojoukko vapaa, siis lineaarisesti riippumaton:

$$\mathcal{G} = \{\sinh(-x), \cosh x + e^x, 2e^x\}.$$

8. Tutki Wronskin determinantin avulla, ovatko seuraavat avaruuden  $\mathcal{C}(\mathbf{R})$  funktiojoukot vapaita

a)  $\mathcal{F} = \{x^2 - x, 3x^2 - 5x + 4\}$

b)  $\mathcal{G} = \{x \cos x^2, x^2 \cos x\}$ .