

Viikon 45 (5.-9.11.) demot ovat ohjatut tietokonedemot ke 12-14 M17 ja to 8-10 M18.

---

1. Ratkaise kertaluvun pudotuksella

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0, \quad x > 0.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

a)  $2y'' - 5y' + 2y = 0,$

b)  $y'' + 6y' + 9y = 0,$

c)  $y'' + 8y' + 25y = 0.$

3. Vaakatasossa olevan  $xy$ -koordinaatiston origossa on kappale, jonka massa on  $m$ . Kappale tönäistään hetkellä  $t = 0$  liukumaan pitkin positiivista  $x$ -akselia. Kappaleen alkunopeus olkoon  $v_0 > 0$  ja paikka  $x = r(t)$  hetkellä  $t \geq 0$ . Oletetaan, että kappaleeseen vaikuttavien liikettä vastustavien voimien summa on verrannollinen nopeuteen  $r'$ , olkoon se  $-cr'(t)$ ,  $c > 0$ . Newtonin lain mukaan liikettä kuvaa yhtälä  $mr''(t) = -cr'(t)$ .

a) Miten kauas origosta kappale pääsee?

b) Oletetaan toiseksi, että kun kappaleen nopeus on vähentynyt arvoon  $v_1$ ,  $v_0 > v_1 > 0$ , kappale pysähtyy lepokitkan vaikutuksesta äkisti. Miten kauas kappale tässä tapauksessa pääsee?

4. Ratkaise vakioiden varioinnilla

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

5. Ratkaise käyttäen sopivaa yritettä, ts. määräämättömien kertoimien menetelmällä

$$y'' - 2y' + 3y = x^2 + \cos x.$$

6. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-2x} + e^{3x}.$$

7. Ratkaise reuna-arvot tehtävät

a)  $y'' + 4y = 0, \quad y(0) = y(2\pi) = 0,$

b)  $y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, y(\pi) = 1,$

c)  $y'' + 4y = 0, \quad y(\pi/4) = 2, y(\pi) = -1,$

ja piirrä ratkaisu(je)n kuvaaja(t).

8. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 2x - 1, \quad x > 0.$$