

Demot 12 ovat kaksiosaiset, on kotilaskut ja ohjatut tietokonedemot (2 ryhmää, ke ja to 8-10). Tutustumme Laplace-muunnoksiin Maple-ohjelmoinnin avulla, tarkemmin seuraavassa numerossa.

1. Ratkaise Eulerin yhtälönä, ts. muunna vakiokertoimiseksi ja ratkaise sekä sijoita takaisin:

$$x^2y'' + xy' + 9y = 0.$$

2. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} y_1' = -5y_1 + y_2 \\ y_2' = -y_1 - 3y_2 \end{cases}$$

3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 - y_2 \end{cases}$$

4. Onko funktiojoukko $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ sidottu vai vapaa joukossa \mathbf{R} , kun

$$\begin{aligned} f_1(x) &:= e^{2x} \\ f_2(x) &:= xe^{2x} \\ f_3(x) &:= \cos 3x \\ f_4(x) &:= \sin 3x? \end{aligned}$$

5. Muodosta lineaarinen homogeeninen differentiaaliyhtälö, jolla on ratkaisuuina tehtävän 4 funktiot.

6. Mitkä seuraavista funktioparvista muodostavat differentiaaliyhtälön $y''' = 0$ täydellisen ratkaisun:

a) $y(x) = c_1 + x + c_2x^2$

b) $y(x) = c_1 + c_2x + c_3x^2$

c) $y(x) = c_1(1 - x) + c_2(x - 1) + c_3x^2$

d) $y(x) = c_1(1 - x) + c_2(x + x^2) + c_3x^2?$

7. Määritä alinta kertalukua oleva vakiokertoiminen lineaarinen homogeeniyhtälö, jonka ratkaisuja ovat $2e^{-2x} \sin 3x$ ja $3x$, sekä määritä muut ratkaisut.

8. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

a) $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$,

b) $y^{(4)} + y^{(3)} - 2y'' - 6y' - 4y = 0$.