
Differentiaaliyhtälöt, syksy 2001Harjoitus 12a (viikolla 48, tarkastetaan ke 28.11. klo 10-12 salissa M3)

Demot 12 ovat kaksiosaiset, on nämä kotilaskut ja ohjatut tietokonedemot (2 ryhmää, ke 8-10 M18 ja to 8-10 M17). Tutustumme Laplace-muunnoksiin Maple-ohjelmoinnin avulla. Demoihin ilmoitetaan luennoilla tai demoissa. Tiistaina ei siis ole demoja!

1. Ratkaise vakioiden varioinnilla differentiaaliyhtälö

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = \frac{e^x}{x}.$$

(saat oikaista yhtälöryhmään)

2. Ratkaise sopivilla yritteillä differentiaaliyhtälö

$$y''' - 9y' = x + 3 + 2e^{4x}.$$

3. Ratkaise alkuarvotekävä

$$y^{(4)} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = 0, \quad y(0) = y''(0) = 0, \quad y'(0) = y'''(0) = 1.$$

4. Laplace-muunnos voidaan määritellä Lauseessa 4.6.5 esitetyllä kaavalla myös epäjatkuvalle integroituvalla funktiolle. Osoita, että funktion (nk. kanttiaallon)

$$f(x) := \begin{cases} 1, & x \in [1, 2] \\ 0, & \text{muutoin} \end{cases}$$

Laplace-muunnos

$$L(f)(s) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}.$$

Seuraavissa tehtävissä saa käyttää taulukkoja:

5. Olkoon $a \in \mathbf{R}$ vakio. Laske funktioiden f_1 ja f_2 ,

$$f_1(x) := \sinh ax, \quad f_2(x) := \cosh ax,$$

Laplace-muunnokset.

6. Olkoot $a, b \in \mathbf{R}$ vakioita. Laske funktion f ,

$$f(x) := \cos(ax + b)$$

Laplace-muunnos.

7. Minkä funktioiden Laplace-muunnoksia ovat

$$\text{a) } \frac{2}{s^2 + 8s + 16}, \quad \text{b) } \frac{3s^2 + 4}{s^3}, \quad \text{c) } \frac{1}{s^2 - 2s + 9}?$$