
Differentiaaliyhtälöt, syksy 2001Harjoitus 13 (viikolla 49, ti 4.12. ja ke 5.12.)

2. välikoe on 20.12., ja siihen tulee monisteen ja luentojen luvut 3.7-10, 4.2-10 ja 5.1-2. Laplace-muunnoksia syventävät lisäluvut 4.8-4.10 jaetaan luennoilla.

Tiistaina 11.12. ei ole luentoa; viimeinen luento on keskiviikkona 12.12. Viimeiset demot 14 ovat yhdessä ryhmässä torstaina 13.12. klo 10-12 salissa M3.

1. Ratkaise Laplace-muunnosten avulla

a) $y' - 5y = 0$, $y(0) = 3$,

b) $y' - 5y = e^{5x}$, $y(0) = 3$.

2. Ratkaise Laplace-muunnosten avulla

a) $y'' - 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$,

b) $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.

3. Ratkaise Laplace-muunnosten avulla

$$y''' + y' = e^x, \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

4. Olkoon a reaalivakio. Piirrä funktioiden $H_a : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ja $\Delta_a : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ kuvaajat, kun

$$H_a(x) := \int_{-\infty}^x h_a(t) dt \quad \text{ja} \quad \Delta_a(x) := \int_{-\infty}^x \delta_a(t) dt$$

5. Muodosta "funktion" $f : t \mapsto 2\delta_1(t) + 3\delta_5(t)$ Laplace-muunnos ja piirrä kuvaajat.

6. Muodosta funktion $g : t \mapsto 2h_5(t) \sin(t-5)$ Laplace-muunnos.

7. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$2v' + v = 2h_5(t) \sin(t-5)$$

alkuehdoilla $v(0) = 0$ ja $v(0) = 3$, ja piirrä kuvaajat. Millaisen tulokinnan keksit mallille perusprobleemamme "virtapiiri" valossa?

8. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$x'' + x' + 3x = 2\delta_1(t) + 3\delta_5(t), \quad x(0) = 1, x'(0) = 0$$

ja piirrä kuvio.

Suosittelen Maplen käyttöä, ainakin parissa viimeisessä tehtävässä!