
Differentiaaliyhtälöt**Syksy 2007****Harjoitus 6**

1. Ratkaise Esimerkin 3.1.3 yhtälö eksaktina yhtälönä.

2. Määritä ne tasoalueet, joissa seuraavat yhtälöt ovat eksakteja:

(a) $2xy \, dx + (1 + y^2) \, dy = 0$,

(b) $(\frac{y}{x} - x^2) \, dx + (\ln x - 2y) \, dy = 0$.

3. Ratkaise yhtälö

$$(4x - y) \, dx + (6y - x) \, dy = 0.$$

4. Määrä vakiot $a, b \in \mathbb{R}$ siten, että differentiaaliyhtälö

$$y^2 \cos(xy^2) + a + (bx \cos(xy^2) + 3y)yy' = 0$$

on eksakti. Yhtälön ratkaisu on tällöin

$$\sin(xy^2) + ax + y^3 = c, \quad c \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Tarkista tämä derivoimalla yhtälö (1) puolittain implisiittisesti muuttujan x suhteen.

5. Osoita, että differentiaaliyhtälö

$$y' = \frac{ax + by}{cx + dy}$$

on eksakti jos ja vain jos $b + c = 0$.

6. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$(y + 1 - x^2) - xy' = 0$$

integroivan tekijän avulla.

7. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$x - (y + 1 - x^2)y' = 0$$

integroivan tekijän avulla.

8. Osoita suoraan laskemalla, että Tehtävien 6 ja 7 (implisiittiset) ratkaisut todellakin toteuttavat annetut yhtälöt.