
Differentiaaliyhtälöt**Syksy 2007****Harjoitus 10**

1. Funktio $y_1(x) = x$ on differentiaaliyhtälön

$$(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0, \quad -1 < x < 1,$$

eräs ratkaisu. Etsi yleinen ratkaisu käyttämällä kertaluvun pudotusta.

Opastus: Origo on funktion y_1 nollakohta, joten origo on tarkasteltava päätte-lyssä erikseen. MAPLE[®] antaa ratkaisuksi

$$y(x) = c_1x + c_2(1 + x)^2.$$

Tämä ei välttämättä ole täsmälleen sama kuin sinun vastauksesi, mutta jos vastauksesi on oikein, se tulisi olla muutettavissa tähän muotoon.

2. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

(a) $2y'' - 5y' + 2y = 0,$

(b) $y'' + 6y' + 9y = 0.$

3. Ratkaise reuna-arvot tehtävä

$$y'' + 25y = 0; \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{10}\right) = 1.$$

4. Seuraavassa on annettu muotoa $y'' + \alpha y' + \beta y = 0$ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) olevan differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu. Etsi vastaava differentiaaliyhtälö.

(a) $y(x) = c_1e^{10x} + c_2e^{100x},$

(b) $y(x) = c_1 + c_2x,$

(c) $y(x) = e^x \left(c_1e^{\sqrt{2}x} + c_2e^{-\sqrt{2}x} \right).$

5. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, \quad x \neq 0,$$

vakioden varioinnilla.