
Differentiaaliyhtälöt**Syksy 2007****Harjoitus 11**

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - y' - 2y = 3x^2 - 2.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - y' - 2y = \sin(2x).$$

3. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-2x} + e^{3x}.$$

4. Etsi yhtälölle $y''' = (y'')^{\frac{2}{3}}$ ei-triviaali ratkaisu y , joka toteuttaa ehdot $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.
5. Onko funktiojoukko $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ sidottu vai vapaa joukossa $\mathbb{R}$, kun $f_1(x) = e^{2x}$, $f_2(x) = 1$, $f_3(x) = \cos(3x)$ ja $f_4(x) = \sin(3x)$?
6. Osoita suoraan määritelmään perustuen että joukko $\{1, e^x, xe^x, x^2e^x\}$ on vapaa joukossa $\mathbb{R}$.
7. Mikä tai mitkä seuraavista funktioparvista muodostavat differentiaaliyhtälön $y''' = 0$ täydellisen ratkaisun?

(a) $y(x) = c_1 + x + c_2x^2$

(b) $y(x) = c_1 + c_2x + c_3x^2$

(c) $y(x) = c_1(1 - x) + c_2(x - 1) + c_3x^2$

(d) $y(x) = c_1(1 - x) + c_2(x + x^2) + c_3x^2$