
Differentiaaliyhtälöt
Syksy 2007
Harjoitus 12

1. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

(a) $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$

(b) $y^{(4)} + y^{(3)} - 2y'' - 6y' - 4y = 0$

2. Määrä lineaarinen homogeeninen vakiokertoiminen differentiaaliyhtälö, jonka yleisenä ratkaisuna on

(a) $y(x) = (c_1 + c_2x + c_3x^2)e^{2x}$

(b) $y(x) = c_1e^{2x} + c_2\cos(2x) + c_3\sin(2x)$

3. Määrä alinta kertalukua oleva lineaarinen homogeeninen vakiokertoiminen differentiaaliyhtälö, jonka ratkaisuja ovat $2e^{-2x}\sin(3x)$ ja $3x$.

4. Onko funktiojoukko $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ sidottu vai vapaa joukossa $\mathbb{R}$, kun $f_1(x) = e^{2x}$, $f_2(x) = xe^{2x}$, $f_3(x) = \cos(2x)$ ja $f_4(x) = \sin(2x)$?

5. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 2xe^{-x}.$$

6. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''' - 4y'' + y' + 6y = 4\sin 2x.$$

7. Ratkaise

$$\begin{cases} y_1' = -5y_1 + y_2 \\ y_2' = -y_1 - 3y_2 \end{cases}.$$