
Differentiaaliyhtälöt
Syksy 2007
Harjoitus 14 (Kertaustehtäviä)

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$\frac{xy - 1}{x^2y} - \frac{1}{xy^2}y' = 0.$$

2. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} x' = -3x + 2y \\ y' = -3x + 4y \end{cases}; \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

3. Differentiaaliyhtälöllä

$$x^2y'' - xy' + y = 0, \quad x > 0,$$

on ratkaisu $y(x) = x$. Etsi täydellinen ratkaisu kertaluvun pudotuksella.

4. Osoita, että funktiot $y_1(x) = e^{-3x}$, $y_2(x) = \cos 2x$ ja $y_3(x) = \sin 2x$ ovat lineaarisesti riippumattomia joukossa $\mathbb{R}$.

5. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0.$$

6. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$y'' - y' - 2y = 4x^2; \quad y(0) = y'(0) = 0$$

(a) määrittämällä y_H ja y_L , (b) Laplace-muunnosten avulla.