

Geometria

Harjoitus 4/2008

1. Harjoitusten 3 tehtävä 4: Olkoon $F : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ isometria, jolle $F(0) = 0$. Osoita, että

$$\langle F(X), F(Y) \rangle = \langle X, Y \rangle$$

kaikille $X, Y \in \mathbf{R}^2$.

2. Harjoitusten 3 tehtävä 5: Todista kolmioepäyhtälö $|X + Y| \leq |X| + |Y|$ ja osoita, että yhtäsuuruus pätee jos ja vain jos $X = cY$ jollekin $c > 0$. (Vihje! Arvioi neliötä $|X + Y|^2$ Cauchy-Schwarzin epäyhtälöä käyttäen.)
3. Osoita, että peilauksessa F_l suoran l suhteen kiintopisteiden joukko on suora l .
4. Osoita, että liukupeilauksella ei ole kiintopisteitä ellei kyseessä ole pelkkä peilaus suoran suhteen.
5. Olkoon F kierto kulman $\frac{\pi}{2}$ verran vastapäivään pisteen $(1, 1)$ ympäri ja olkoon G siirto $G(X) = (x_1 - 2, x_2)$. Mikä kuvaus on $G \circ F$?
6. Olkoon F liukupeilaus, jonka akselina (= suora, jonka suhteen peilataan) on x_2 -akseli ja siirtovektorina $(0, 1)$. Olkoon edelleen G liukupeilaus, jonka akselina on x_1 -akseli ja siirtovektorina $(1, 0)$. Mikä kuvaus on $G \circ F$?
7. Osoita polttopistemääritelmää käyttäen, että kaksi ellipsiä, joiden eksentrisyys ei ole sama, eivät ole keskenään euklidisesti kongruentteja.

Huom! Viikolla 11.2–15.2 on kahdet laskuharjoitukset. Harjoitus 4 pidetään torstaina ja Harjoitus 5 perjantaina luentoajalla. Viimeinen luento ennen välikoetta ja kolmen viikon taukoa on keskiviikkona 13.2.