

Geometria

Harjoitus 8/2008

1. Määrää $(2, 2)$ -keskisen 1-säteisen ympyrän kuva inversiossa yksikköympyrän suhteen.
2. Olkoon inversioympyrän \mathcal{C} keskipiste O ja oletetaan, että suorat l_1 ja l_2 leikkaavat pisteessä $A \neq O$. Osoita: Jos $O \in l_1$, niin suorien l_1 ja l_2 välinen kulma myötäpäivään pisteessä A on yhtäsuuri kuin kuvien $F(l_1)$ ja $F(l_2)$ välinen kulma vastapäivään pisteessä A' . Tässä F on inversio ympyrän \mathcal{C} suhteen.
3. Olkoon \mathcal{A}_1 kaikkien niiden ympyröiden perhe, jotka sivuavat x -akselia origossa (ts. joiden tangentti x -akseli on) ja olkoon \mathcal{A}_2 kaikkien niiden ympyröiden perhe, jotka sivuavat y -akselia origossa. Määrää yhdisteen $\mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$ kuvaperhe inversiossa yksikköympyrän suhteen.
4. Olkoon \mathcal{A} kaikkien niiden ympyröiden perhe, jotka kulkevat origon lisäksi annetun origon ulkopuolisen pisteen A kautta. Määrää perheen \mathcal{A} kuvaperhe inversiossa yksikköympyrän suhteen.
5. Olkoot C_1 , C_2 ja C_3 ympyröitä tasossa siten, että ympyrät C_1 ja C_2 koskettavat origossa (so. $C_1 \cup C_2 = O$), ympyrät C_1 ja C_3 koskettavat toisessa pisteessä A ja ympyrät C_1 ja C_3 koskettavat kolmannessa pisteessä B . Määrää yhdisteen $C_1 \cup C_2 \cup C_3$ kuvajoukko inversiossa yksikköympyrän suhteen.
6. Määrää sen pisteisiin $(0, -1)$ ja $(0, 2)$ liittyvän Apolloniuksen ympyrän yhtälö, joka kulkee pisteen $(1, 1)$ kautta.
7. Erään Apolloniuksen ympyräperheen ympyröillä C_1 ja C_2 on halkaisijoina janat $[-18, -2]$ ja $[3, 12]$ x -akselilla. Mihin pisteisiin A ja B liittyviä Apolloniuksen ympyröitä C_1 ja C_2 ovat?