

Geometria
Harjoitus 10/2008

1. Olkoot P , Q ja R kolme ei-kollinearista pistettä ja olkoon $F(X) = AX + B$ affiini kuvaus. Osoita: Jos $X = \lambda P + \mu Q + \nu R$, missä $\lambda + \mu + \nu = 1$, niin

$$F(X) = \lambda F(P) + \mu F(Q) + \nu F(R).$$

2. Olkoot $P = (1, 1)$, $Q = (2, 3)$ ja $R = (1123, 532)$. Tutki barysentristen koordinaattien avulla, onko piste $(732, 341)$ kolmion $\triangle PQR$ sisällä vai ei.

3. Olkoot P , Q ja R kolme ei-kollinearista pistettä ja olkoon $X = \lambda P + \mu Q + \nu R$, missä $\lambda + \mu + \nu = 1$. Osoita, että $\nu = 0$ jos ja vain jos X on suoralla PQ .

4. Tarkastellaan kulmaa $a = \{(7t, -3t) \mid t \geq 0\} \cup \{(-t, -6t) \mid t \geq 0\}$. Laske $\cos \alpha$, kun α on kulman a radiaanimita.

5. Todista kosinilause: Jos $X \neq 0$ ja $Y \neq 0$, niin

$$|X - Y|^2 = |X|^2 + |Y|^2 - 2|X||Y| \cos \alpha,$$

missä α on vektoreiden X ja Y määräämän origoon liittyvän kulman radiaanimita.

6. Olkoon a kulma ja F homotetia $F(X) = kX$ jollekin $k \neq 0$. Osoita: Jos $k > 0$, niin kulman $F(a)$ radiaanimita on sama kuin kulmalla a . Säilyykö radiaanimita jos $k < 0$?

7. Olkoon F affiini kuvaus $F(X) = AX + B$ ja

$$a = \{P + tU \mid t \geq 0\} \cup \{P + tV \mid t \geq 0\},$$

missä $|U| = |V| = 1$. Määää kulman $F(a)$ radiaanimita U :n, V :n ja F :n avulla.