

**Algebra**  
**Syksy 2008**  
**Harjoitus 1 (Vko 36)**

1. Olkoon  $a \in \mathbb{Z}$ . Totea, että aina  $a \mid 0$ ,  $1 \mid a$ ,  $a \mid a$  ja  $-a \mid a$ .

2. Olkoot  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Todista implikaatiot:

a)  $a \mid b$  ja  $c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$ ,

b)  $a \mid b$  ja  $b \mid c \Rightarrow a \mid c$ .

3. Olkoon  $a \mid b_i$  kaikilla  $i = 1, \dots, n$ . Osoita, että

$$a \mid b_1c_1 + \dots + b_nc_n$$

kaikille  $c_i \in \mathbb{Z}$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

4. Etsi Jakoyhtälön esitys, kun

a) luku 36 jaetaan luvulla 7,

b) luku 302 jaetaan luvulla 19,

c) luku  $-302$  jaetaan luvulla 19.

5. Olkoot  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $n \in \mathbb{N}$ . Osoita, että luvuilla  $a$  ja  $b$  on sama jakojäännös jaettaessa luvulla  $n$ , jos ja vain jos on olemassa  $k \in \mathbb{Z}$ , jolle  $a - b = kn$ .

*Opastus: Kirjoita jakoyhtälön mukainen esitys luvuille  $a$  ja  $b$ , kun ne jaetaan luvulla  $n$ .*

6. Olkoot  $a, b > 0$ . Osoita, että  $\frac{a}{d}$  ja  $\frac{b}{d}$  ovat keskenään jaottomia, kun  $\text{syta}(a, b) = d$ .

*Vihje: Lause 1.10.*