

Algebra
Syksy 2006
Harjoitus 4

1. Mitä on $5^{2000000} \bmod 24$?
2. Määrää Fermat'n pienen lauseen avulla pienin ei-negatiivinen jäännös, kun
 - a) 3^{1000} jaetaan luvulla 7,
 - b) 2^n jaetaan luvulla 17, missä $16 \mid n$.
3. Jos $k \equiv 1 \pmod{4}$, niin minkä luvuista 0, 1, 2, 3 kanssa kongruentti modulo 4 on luku
 - a) $6k + 5$?
 - b) $2k^3 + k + 3$?
4. Onko kokonaislukujen
 - a) kertolasku,
 - b) yhteenlasku,laskutoimitus joukossa $A = \{1, -1, 0\}$? Perustele!
5. Mitkä seuraavista operaatioista/säännöistä **eivät** ole laskutoimituksia eli binäärioperaatioita? Miksi?
 - a) Parittomien kokonaislukujen joukossa: lukupariin liitetään niiden keskiarvo.
 - b) Rationaalilukujen joukossa: lasketaan kolmen luvun tulo.
 - c) Reaalilukujen joukossa: $a * b := (a + 2b)/a$.
 - d) Luonnollisten lukujen joukossa: $n * m := 5$.
6. Ovatko kokonaislukujoukon \mathbb{Z} laskutoimitukset \circ
 - a) $x \circ y = x$,
 - b) $x \circ y = |x - y|$,
 - c) $x \circ y = x + y - 1$,liitännäisiä ja/tai vaihdannaisia?