

Algebra
Syksy 2008
Harjoitus 9

1. Määritä osajoukon $H = \{4, 6\}$ virittämä ryhmän $(\mathbb{Z}_{12}, +_{12})$ aliryhmä $\langle H \rangle$.
2. Määritä osajoukon $S = \{12, 30\}$ virittämä ryhmän $(\mathbb{Z}_{36}, +_{36})$ aliryhmä $\langle S \rangle$.
3. Tarkastellaan ryhmää $(\mathbb{Z}_{12}, +_{12})$. Määritä aliryhmään $\langle 3 \rangle$ liittyvät erilaiset sivuluokat.
4. Määrää alkioiden 2 ja 3 määräämät sivuluokat modulo H , kun H on alkion 6 virittämä aliryhmä (H, \oplus) ryhmässä $(\mathbb{Z}_{30}, \oplus)$. Mitä tiedät Lagrangen lauseen perusteella erilaisten sivuluokkien modulo H lukumäärästä?
5. Joukon S_4 osajoukko

$$H = \{[2, 4, 1, 3], [3, 1, 4, 2], [4, 3, 2, 1], [1, 2, 3, 4]\}$$

On permutaation $[2, 4, 1, 3]$ virittämä ryhmän S_4 aliryhmä. Tutki onko aliryhmä H normaali.

6. Olkoot H_1 ja H_2 ryhmän G normaaleja aliryhmiä. Onko $H_1 \cap H_2$ ryhmän G normaali aliryhmä?

Opastusta. Aliryhmäksi: ks. demot 7. Normaalius: käytä vaikkapa Lausetta 7.3.