
Analyysi I
Syksy 2008
Harjoitus 2 (viikko 38)

1. Olkoon $a > 1$. Ratkaise epäyhtälö

$$a < \frac{x}{1-x}.$$

2. Ratkaise epäyhtälö

$$\sqrt{x+4} > 2x+2.$$

Opastus: Katso mallia Esimerkin 1.7.2 ratkaisusta.

3. Osoita, että luku 1 on alaraja ja luku 2 on yläraja joukolle

$$E = \left\{ \frac{1-n}{2-n} : n = 3, 4, \dots \right\}.$$

4. Määrää (ilman todistusta) $\sup E$ ja $\inf E$ joukolle

$$E = \left\{ (-1)^n - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Onko kumpikaan väitteistä $\sup E = \max E$ tai $\inf E = \min E$ voimassa?

Opastus: Tarkastele E :n alkoita parillisilla ja parittomilla n :n arvoilla.

5. Olkoon $E \subset \mathbb{R}$ epätyhjä joukko. Jos $\min E \in E$, niin osoita, että $\min E = \inf E$.

Opastus: Luentorungon sivulla 12 olevassa huomautuksessa on osoitettu vastaava tulos supremumille. Sivuhuomautuksena mainittakoon, että koska E on epätyhjä ja alhaalta rajoitettu, niin $\inf E$ on olemassa Lauseen 1.9.6 nojalla.