
Analyysi I
Syksy 2008
Harjoitus 3 (viikko 39)

1. Osoita, että $\inf E = 1$ joukolle

$$E = \left\{ \frac{1-n}{2-n} : n = 3, 4, \dots \right\}.$$

2. Osoita, että $\sup E = 1$ joukolle

$$E = \left\{ \frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

3. (a) Olkoon $x_n = \frac{1-n}{2-n}$, missä $n \geq 3$. Etsi jokin $n(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ siten, että $|x_n - 1| < \varepsilon$ kaikilla $n \geq n(\varepsilon)$, kun $\varepsilon = \frac{1}{50}$.

(b) Olkoon $x_n = \frac{n}{n^3+1}$, missä $n \in \mathbb{N}$. Etsi jokin $N \in \mathbb{N}$ siten, että $|x_n - 0| < \frac{1}{50}$ kaikilla $n \geq N$.

4. Määrää kuristusperiaatetta käyttäen raja-arvo

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n n^2}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \cos n}{2n^2}.$$

5. Olkoon jono $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ rajoitettu. Mitä voidaan sanoa raja-arvosta

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^3}?$$