
Analyysi I
Syksy 2008
Harjoitus 12 (viikko 48)

1. Tutki toisen derivaatan avulla, milloin funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2,$$

on konvekksi ja milloin konkkaavi.

2. Määrää käyrän

$$x^4 + y^4 = 2xy^5$$

pisteen $(1, 1)$ kautta kulkevan tangentin yhtälö.

3. Laske seuraavat integraalit käyttämällä annettuja opasteita.

(a) $\int \sqrt{3x+1} dx$ sijoituksella $t = 3x + 1$, $dt = 3dx$;

(b) $\int \frac{\ln x}{x} dx$ kaavalla $\int f(x)f'(x) dx = \frac{1}{2}f(x)^2 + C$;

(c) $\int \frac{x}{2x^2+1} dx$ kaavalla $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$;

(d) $\int e^{2x} \cos(e^{2x}) dx$ kaavalla $\int f'(x) \cos f(x) dx = \sin f(x) + C$.

4. Osoita derivoimalla, että

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C, \quad x \neq \pm 1.$$

Opastus: Tarkastele erikseen välejä $] -\infty, -1[$, $] -1, 1[$ ja $]1, \infty[$.

5. Laske integroimalla osittain (a) $\int x \sin x dx$, (b) $\int x \cos x dx$.