
Matematiikan perusopintojakso

Syksy 2009

Harjoitus 1 (viikko 38)

- Ilmoita seuraavien funktioiden määrittely- ja arvojoukot.
a) $\sqrt{x+4}$, b) $3 \sin x - 1$, c) $\ln x + \sqrt{3}$, d) $e^x - 3$.
- Piirrä funktion $f(x) = x^2 - 2x$ kuvaaja ja määrää kuvaajan perusteella
a) välin $[0, 2]$ kuva $f([0, 2])$,
b) välin $[0, 3]$ alkukuva $f^{-1}([0, 3])$.
- Olkoot $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{2}$ ja $g(x) = x^2 + 1$.
a) Muodosta kuvaukset $g \circ f$, $f \circ g$ ja $f \circ f$.
b) Määrää funktio h , kun $(h \circ g \circ f)(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4}$.
- Onko funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$,
a) injektio, b) surjektio, c) bijektio?
Jos f on bijektio, niin määrää sen käänteisfunktion lauseke $f^{-1}(x)$.
- Onko funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$,
a) injektio, b) surjektio, c) bijektio?
Jos f on bijektio, niin määrää sen käänteisfunktion lauseke $f^{-1}(x)$.
- Tutki, ovatko seuraavat funktiot parillisia tai parittomia.
a) $f(x) = \frac{1}{x^4}$, b) $g(x) = x^3 + x$, c) $h(x) = x^3 + x^2$.
- Seuraavat funktiot ovat jaksollisia. Määrää kunkin funktion jakso.
a) $f(x) = \cos(2\pi x)$, b) $g(x) = \cos\left(\frac{3x}{2}\right)$, c) $h(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$.
- Ota mahdollisimman korkea a :n potenssi eteen tekijäksi.
a) $a^2 + 5\pi a$,
b) $(a + \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{9}$,
c) $a^5 + \sqrt{2}a^6 - e^2a^4$,
d) $(a^6)^2 + (a^3)^4$,
e) $a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}}$,
f) $\sqrt{a^4} + \sqrt{a^3} - \sqrt{4a^2}$.
- Hyperbolinen sini ja -kosini määritellään seuraavasti:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{ja} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Totea laskemalla, että $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ kaikilla $x \in \mathbb{R}$.