

---

Matematiikan perusopintojakso  
Syksy 2009  
Harjoitus 5 (viikko 42)

---

1. Laske  $\int \frac{dx}{x(x^2 + 4)}$ .

2. Kirjoita seuraavat summat käyttämällä summamerkintää.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ ,    b)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ .

3. Laske    a)  $\int_{\ln 2}^2 (e^x - e^{-x}) dx$ ,    b)  $\int_{-1}^1 2^x dx$ .

*Opastus:*  $2^x = e^{\ln 2^x} = e^{x \ln 2}$ .

4. Laske sen alueen pinta-ala, joka on käyrän  $y = 3x - x^2$  alapuolella ja  $x$ -akselin yläpuolella.

5. Laske käyrän

$$y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2}, \quad 1 \leq x \leq 2,$$

pituus  $L$ .

6. Laske funktion  $f(x) = e^{-x} + \cos x$  keskiarvo välillä  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ .

7. Laske sen pyörähdyskappaleen tilavuus, joka muodostuu kun käyrä  $y = 1 + e^x$  pyörähtää  $x$ -akselin ympäri välillä  $[0, 2]$ .

8. Laske sen pyörähdyskappaleen vaipan ala (ei päätyjen aloja), joka muodostuu kun käyrä  $y = x^3$  pyörähtää  $x$ -akselin ympäri välillä  $[0, 2]$ .

Tehtävien 7 ja 8 pyörähdyskappaleet:

