
Matematiikan perusopintojakso
Syksy 2009
Harjoitus 6 (viikko 43)

1. Newtonin menetelmää käyttämällä etsi likiarvo luvulle $\sqrt[3]{30}$ kahdeksan desimaalin tarkkuudella.

Opastus: Koska $\sqrt[3]{27} = 3$, niin valitse alkuarvaukseksi $x_0 = 3$.

2. Olkoon $f(x) = e^{-x}$. Approksimoi derivaattaa $f'(0)$

(a) vasemman- ja oikeanpuoleisen erotusosamäärän avulla

(b) keskusdifferenssin avulla

käyttämällä arvoa $h = 0,1$. Vertaa tuloksia tarkkaan arvoon laskemalla likiarvojen absoluuttiset virheet.

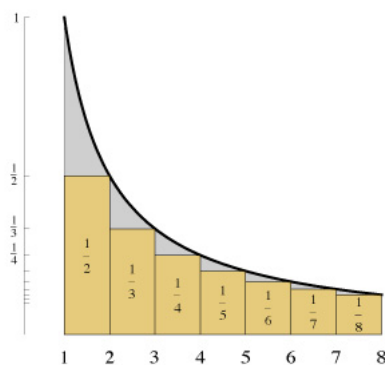
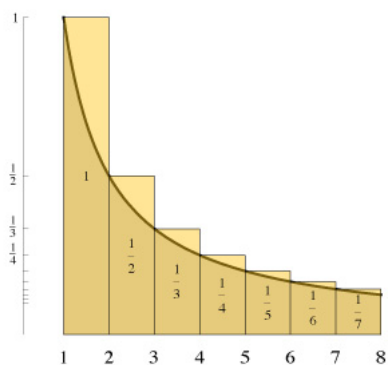
3. Laske approksimaatiot T_{10} , M_{10} ja S_{20} integraalille $\int_0^2 e^{-x^2} dx$.

Huomautus: Integraalia $\int e^{-x^2} dx$ ei voida esittää suljetussa muodossa alkeisfunktioiden avulla. Funktio e^{-x^2} on kuitenkin jatkuva välillä $[0, 2]$, joten se on myös integroitava tällä välillä.

4. Osoita, että

$$\ln 8 \leq \sum_{n=1}^7 \frac{1}{n} \leq \ln 7 + 1$$

soveltamalla päätepistesääntöjä integraaleihin $\int_1^8 \frac{dx}{x}$ ja $\int_1^7 \frac{dx}{x}$. Käytä tarkasteluissasi apuna allaolevia kuvia.



Huomautus: Yleisesti on voimassa

$$\ln(k+1) \leq \sum_{n=1}^k \frac{1}{n} \leq \ln k + 1$$

kaikilla $k \in \mathbb{N}$. Rajankäynnillä $k \rightarrow \infty$ voidaan osoittaa harmonisen sarjan hajaantumisen.