

---

**Matematiikan perusopintojakso**  
**Syksy 2009**  
**Harjoitus 7 (viikko 44)**

---

1. Osoita sijoittamalla, että funktio  $f(x, y) = e^x \cos y$  on Laplacen yhtälön

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

eräs ratkaisu. *Opastus:* Katso vastaava luento-esimerkki.

2. Eräessä onnettomuudessa luontoon levisi pienehkö määrä radioaktiivista kobolttia (Co). Tuolla alueella säteily määrä nousi satakertaiseksi suositusmäärään nähden. Kuinka pitkän ajan jälkeen säteily on pudonnut takaisin suositusmäärään (tai sen alapuolelle), kun kobolttin puoliintumisaika on 5,27 vuotta?

Muut radioaktiiviset aineet (esim. kobolttin hajoamistuotteet) voit jättää tarkasteluissasi huomiotta.

3. Etsi differentiaaliyhtälön

$$f' = e^{3x} + \sin x$$

kaikki ratkaisut joukossa  $\mathbb{R}$ . Onko olemassa ratkaisua  $f$ , jolle  $f(0) = 0$ ?

4. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$\frac{df}{dx} - f = e^{-\frac{x}{3}}, \quad f(0) = -1.$$

5. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$f' = -2xf^2, \quad f(0) = 1,$$

kirjoita ratkaisun  $f$  määrittelyjoukko, ja laske tarkka arvo luvulle  $f(2)$ .

6. Osoita sijoittamalla, että funktiot  $f(x) = \frac{1}{C-x}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ , ovat yhtälön

$$\frac{df}{dx} = f^2$$

ratkaisuja. Määrää ratkaisu, jonka kuvaajakäyrä kulkee pisteen  $(1, 1)$  kautta.