

---

**Matematiikan perusopintojakso**  
**Syksy 2009**  
**Harjoitus 8 (viikko 45)**

---

- Määrä tarkat arvot käyttämättä taulukoita.  
a)  $\sin(-\frac{7\pi}{6})$ ,   b)  $\cos(-\frac{3\pi}{4})$ ,   c)  $\sin\frac{7\pi}{2}$ ,   d)  $\cos\frac{10\pi}{3}$ .
- Hahmottele se alue tasossa, joka koostuu poolaarisiin koordinaatein annetuista pisteistä  $(r, \theta)$  siten, että  
a)  $r > 1$  (ei rajoitusta koordinaatille  $\theta$ );  
b)  $0 \leq \theta < \pi/4$  (ei rajoitusta koordinaatille  $r$ ).
- Hahmottele se alue tasossa, joka koostuu poolaarisiin koordinaatein annetuista pisteistä  $(r, \theta)$  siten, että  
a)  $1 \leq r < 3$ ,  $-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$ ;  
b)  $-1 \leq r \leq 1$ ,  $\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$ .
- Hahmottele polaarinen käyrä

$$r = \sin 2\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},$$

sekä laske sen rajoittama pinta-ala.

- Hahmottele polaarinen käyrä

$$r = 5 \cos \theta, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2},$$

sekä laske sen pituus.

- Olkoot  $z_1 = -1 + 3i$  ja  $z_2 = 2 - 5i$ . Esitä seuraavat kompleksiluvut muodossa  $x + yi$ .  
a)  $z_1 + z_2$ ,   b)  $z_1 - z_2$ ,   c)  $z_1 z_2$ ,   d)  $z_1(z_1 + z_2)$ .