
Matematiikan perusopintojakso
Syksy 2009
Harjoitus 12 (viikko 49)

Kurssin loppuohjelma:

- **VKO 48:** Luennot ja laskarit normaalisti.
 - **VKO 49:** KE ja PE luennot peruttu, korvaava luento MA 30.11. salissa M101 klo 12-14, laskarit normaalisti.
 - **VKO 50:** Ei luentoja, laskarit normaalisti.
 - **VKO 51:** Korvaava luento MA 14.12. salissa M101 klo 14-16, ei laskareita, toinen välikoe TO 17.12. salissa M100 klo 8-10.
-

1. Hahmottele funktion $f(x, y)$ tasa-arvokäyriä xy -koordinaatistoon, kun

a) $f(x, y) = y - \cos x$, b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x$.

Opastus: Täydennä ”neliöön” kohdassa b).

2. Laske seuraavat raja-arvot.

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \ln \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{9 - x^2}{1 + xy}$.

3. Tutki, onko raja-arvoa

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

olemassa. Anna pisteen (x, y) lähestyä origoa suoria $y = mx$, $m \in \mathbb{R}$, pitkin. Tämän jälkeen anna pisteen (x, y) lähestyä origoa paraabelia $x = y^2$ pitkin. Mitä huomaat?

4. Laske $\frac{\partial f}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}$, kun

a) $f(x, y) = xe^{x+2y}$, b) $f(x, y) = \frac{3x + 2y}{x^2 + y^2 + 1}$.

5. Laske 2. kertaluvun osittaisderivaatat (4 kpl) funktiolle

$$f(x, y) = 1 + \sin(xy).$$

6. Määrä pinnan

$$z = x^2 + y^2$$

pisteessä $P = (3, 4, 25)$ olevan tangenttitason yhtälö.