

---

## Matematiikan perusopintojakso

Syksy 2009

### Harjoitus 13 (viikko 50)

---

Viimeisenä olevan tehtävän ratkaisu on hieman normaalia laajempi, joten tehtävän ratkaisusta saa kaksi rastia. Osaratkaisusta yksi rasti.

1. Laske likiarvo luvulle  $(\sqrt{15} + \sqrt{99})^2$  käyttämällä lineaarista approksimointia. Tarkista laskimen avulla kuinka lähellä saamasi likiarvo on todellista arvoa.

*Opastus:* Jos määrittelet  $f(x, y) = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ , niin on helppo laskea  $f(16, 100) = 196$ .

2. Laske funktion  $f(x, y)$  kokonaisdifferentiaali  $df(x, y)$ , kun

a)  $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$ ,    b)  $f(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ .

*Huomautus.* Kokonaisdifferentiaalit liittyvät läheisesti eksakteihin differentiaaliyhtälöihin, joita tarkastellaan Differentiaaliyhtälöt-kurssilla.

3. Määrää funktion

$$f(x, y) = x^2 + 4xy + 2y^2 + 4x - 8y + 3$$

lokaalit ääriarvot, sekä määrää niiden tyyppi (lokaali minimi/maksimi, satulapiste).

- 4.-5. Lapualainen lääkefirma suunnittelee uutta sikainfluenssalääkettä. Tavoitteena on minimoida taudin oireiden kestoaika sekä lääkkeen sivuvaikutukset.

Kehitteillä oleva lääke sisältää kahta vaikuttavaa ainetta A ja B. Tutkimusten perusteella tiedetään, että lääkkeen sisältäessä  $x$  (mg) laboratoriohiirulaisilla testattua kemikaalia A ja  $y$  (mg) aivolisäkkeestä eristettyä mömmöä B, niin potilaan oireiden keskimääräisen kestoajan  $f$  (vrk) ilmoittaa funktio

$$f(x, y) = x^2 - 20x + 2y^2 - 26y + 2xy + 113.$$

Sivuvaikutusten minimoimiseksi on todettu, että vaikuttavia aineita A ja B tulisi kumpaakin olla korkeintaan 10 mg. (Näin ollen rajoitteina ovat siis  $0 \leq x \leq 10$  ja  $0 \leq y \leq 10$ .)

Kuinka paljon kumpaakin vaikuttavaa ainetta pitäisi lääkkeessä olla, jotta oireiden kestoaika olisi mahdollisimman pieni? Kuinka pitkä on tämä kestoaika?