Lineaarialgebra b, kevät 2019
Harjoitus 1 (26.3., tiistai 12-14 ja 15-17 M106)

Kurssi-informaatiota kääntöpuolella!

1. Ks. Esimerkki 9.1.2 b ja Liite A. Olkoon A vähintäin kahden alkion joukko. Osoita, että projektiolaskutoimitukselle $a \hookrightarrow b := b$ joukossa A pätee:

   a) se ei ole vaihdannainen,

   b) se on liitännäinen,

   c) sen suhteen ei ole neutraalialkiota (eikä siis vasta-alkioitakaan).

2. Ks. Esimerkki 9.1.3 ja Liite A. Onko joukon $A := \{1, 2, 3, 4\}$ laskutoimitus $\downarrow$: $A \times A \to A$:
$$a \downarrow b := \begin{cases} \min(a, b) - 1, & \text{jos } a \geq 2 \text{ ja } b \geq 2, \\ 1, & \text{muutoin,} \end{cases}$$
   liitännäinen? Onko neutraalialkiota?

3. Määritä vektorien

   a) $(-2 \ \ 1 \ \ 3)^T$ ja $(6 \ \ -3 \ \ -9)^T$ virittämä avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus.

   b) $(-2 \ \ 1 \ \ 3)^T$ ja $(6 \ \ 3 \ \ -9)^T$ virittämä avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus.

   c) $x-3$, $2x-1$ ja 3 virittämä polynomiavaruuden $\mathcal{P}_2$ aliavaruus.

   Kuvaile niitä geometrisina olioina kyseisessä avaruudessa.

4. Millaisen aliavaruuden joukko $U := \{x-1, x^2-3x, x^2-x-2\}$ virittää lineaariavaruudelle $\mathcal{P}_2$?
   Onko jopa $[U] = \mathcal{P}_2$?

5. Kuten lineaariavaruudessa $\mathbb{R}^n$, myös yleisessä reaalikertoimisessa lineaariavaruudessa $(V, +, \cdot)$ voidaan puhua vektorien yhdensuuntaisuudesta, erisuuntaisuudesta, samansuuntaisuudesta ja vastakkaissuuntaisuudesta (vrt. a-osan Luku 4, ihan alku).

   Aliavaruuksilla laskemisesta:

   a) Olkoot $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ kaksi eri vektoria reaalikertoimisessa lineaariavaruudessa $(V, +, \cdot)$.

   Onko viritettyjen aliavaruuksien summalle totta väite: Summan virittämä aliavaruus on viritettyjen aliavaruuksien summa, täsmällisemmin:
$$[\{\mathbf{u} + \mathbf{v}\}] = [\{\mathbf{u}\}] + [\{\mathbf{v}\}]$$

   b) Jos kohdan a) väite on tosi, todista se. Jos taas ei, keksi vastaesimerkki.

6. Selvitä määritelmän avulla, onko joukko
$$U := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$
   lineaarisesti riippumaton lineariavaruudessa $\mathbb{R}^3$.

7. Osoita määritelmän avulla, että joukko $\{x, -\sin x, e^x\} \subseteq \mathcal{C}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ on lineaarisesti riippumaton.

3316123 LINEAARIALGEBRA b 2019 (4 op)

Lineaarialgebran b-kurssia edeltäviksi opinnoiksi edellytetään lineaarialgebran osa a tai vastaavat tiedot ja taidot. Lisäksi suositellaan jotakin matematiikan peruskurssia, erityisesti matematiikan johdantokurssia. Algebran kurssi olisi aksiomaattiselta ryhmiä yms. koskevalta osaltaan hyödyllinen.

Kurssille ilmoittaudutaan Weboodissa valitsemalla sopivin harjoitusryhmistä 1-2. Lisäksi kannattaa ilmoittaa käykö toinenkin ryhmä.
Kurssin **luentomoniste** *Pesonen: Lineaarialgebra b* on loppuosa Lineaarialgebran yhteismonisteesta, Luvusta 11 alkaen. Se on syytä olla kaikilla kurssilaisilla. Kurssilla moniste pitää olla aina mukana paperiversiona(kin). Monisteen voi tulostaa itse Kurssimateriaalisivulta, jolle on linkki pääsivulla:
`http://cs.uef.fi/matematiikka/kurssit/Lineaarialgebra/`

YLEISIÄ OHJEITA

Demoryhmiin jako näkyy Weboodissa ja tulee myös sähköpostilla hyvissä ajoin.
Tietokonedemoissa saatetaan noudattaa erillistä ilmoittautumismenettelyä.

Tämän opintojakson suorittamisesta
Huomaa: *opintojakso* on numerolla varustettu virallinen opintojen osa, *opetustapahtuma* taas tavalla tai toisella järjestetty opetus- ja opiskelukokonaisuus, jota usein kurssiksikin sanotaan ja jolla tähdätään opintojakson suorittamiseen. Tässä yhteydessä opetustapahtuma siis on tämä kurssi kokeineen ja demoineen.
Voidakseen suorittaa opintojakson tämän opetustapahtuman yhteydessä täytyy osallistua
a) kokeeseen (max 20 pistettä)
b) kahteen Moodle-osakokeeseen (max 2,5 + 2,5 pistettä)
c) ratkaista ja merkitä ratkaistuiksi vähintäin kolmannes kaikista opetustapahtuman demotehtävistä (kotilaskut).
Merkitessään harjoitustehtävän ratkaistuksi opiskelija lupautuu – harjoitusten pitäjän pyytäessä – esittämään ratkaisunsa taululle. Ratkaisujen ei tarvitse olla aivan oikeitakaan. Ratkaistuista demotehtävistä saa bonusta, kuitenkin enintään 10% kokeen ja Moodle-osakokeiden yhteenlasketusta maksimipistemäärästä $p_{kok} := 20 + 5 = 25$ pistettä, jolloin todellinen pistemaksimi $p_{max} = 27{,}5$. Prosentuaalinen suoritustaso lasketaan miniminä

$$100 \min\left(1, \frac{p_{max}}{p_{kok}}\right) \%$$

ja siitä arvosana viralliseen tapaan asteikolla 0-5.

LUENTOAJAT: Ke ja to klo 14-16 M103

LASKUHARJOITUKSET eli DEMONSTRAATIOT: R1 ti 12-14 ja R2 15-17 M106 (paitsi demot 2 mikroluokissa)

Kurssikoe ke 22.5.2019 klo 14-16 M101.

Martti E. Pesonen
Vastaanotto torstaisin klo 13-14
Huone (M)203, puh. 050 4423340
Email: Martti.Pesonen@uef.fi