

---

## Matematiikan perusopintojakso

Kevät 2009

### Harjoitus 1 (viikko 4)

---

- Ilmoita seuraavien funktioiden määrittely- ja arvojoukot.  
a)  $\sqrt{x+4}$ ,   b)  $3 \sin x - 1$ ,   c)  $\ln x + \sqrt{3}$ ,   d)  $e^x - 3$ .
- Piirrä funktion  $f(x) = x^2 - 2x$  kuvaaja ja määritä kuvaajan perusteella  
a) välin  $[0, 2]$  kuva  $f([0, 2])$ ,  
b) välin  $[0, 3]$  alkukuva  $f^{-1}([0, 3])$ .
- Onko funktio  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3$   
a) injektio,  
b) surjektio,  
c) bijektio?  
Jos  $f$  on bijektio, niin määrää sen käänteisfunktion lauseke  $f^{-1}(x)$ .
- Onko funktio  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4$   
a) injektio,  
b) surjektio,  
c) bijektio?  
Jos  $f$  on bijektio, niin määrää sen käänteisfunktion lauseke  $f^{-1}(x)$ .
- Tutki, ovatko seuraavat funktiot parillisia tai parittomia.  
a)  $f(x) = \frac{1}{x^4}$ ,   b)  $g(x) = x^3 + x$ ,   c)  $h(x) = x^3 + x^2$ .
- Opiskelijan asumislisä on 80% vuokrasta. Asumislisää ei kuitenkaan myönnetä alle 33,63 euron kuukausivuokrasta eikä 214,44 euroa ylittävistä kuukausivuokran osasta. Muodosta funktio välillä  $[0, \infty)$ , joka ilmoittaa opiskelijan asumislisän kuukausivuokran funktiona. Mitä voit sanoa kyseisen funktion monotonisuudesta?
- Seuraavat funktiot ovat jaksollisia. Määrää kunkin funktion jakso.  
a)  $f(x) = \cos(2\pi x)$ ,   b)  $g(x) = \cos\left(\frac{3x}{2}\right)$ ,   c)  $h(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ .

- Hyperbolinen sini ja -kosini määritellään eksponenttifunktion avulla seuraavasti:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{ja} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Totea laskemalla, että kaikilla  $x \in \mathbb{R}$  on voimassa

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$