
Matematiikan perusopintojakso

Kevät 2009

Harjoitus 2 (viikko 5)

- Radioaktiivisen aineen hajoaminen noudattaa kaavaa $N_t = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$, missä N_t on ainemäärä ajan t kuluttua, N_0 on aineen alkuperäinen määrä ja T on puoliintumisaika. Radiumin puoliintumisaika on 1620 vuotta. Kuinka paljon (prosentteina) tietystä radiummäärästä on jäljellä (a) 405 (b) 810 vuoden kuluttua?
- Olkoot $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{2}$ ja $g(x) = x^2 + 1$.
 - Muodosta kuvaukset $g \circ f$, $f \circ g$ ja $f \circ f$.
 - Määritä funktio h , kun $(h \circ g \circ f)(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4}$.
- Määritä funktion f käänteisfunktio, kun
 - $f(x) = 3^x$,
 - $f(x) = \ln(x + 3)$.
- Ota mahdollisimman korkea a :n potenssi eteen tekijäksi.
 - $a^2 + 5\pi a$,
 - $(a + \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{9}$,
 - $a^5 + \sqrt{2}a^6 - e^2a^4$,
 - $(a^6)^2 + (a^3)^4$,
 - $a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}}$,
 - $\sqrt{a^4} + \sqrt{a^3} - \sqrt{4a^2}$.
- Logaritmien laskusääntöjä käyttäen sievennä
 - $\log_6 \frac{1}{36}$,
 - $\log_{10} \frac{5}{4} + \lg 80$,
 - $\log_5 10 + \log_5 20 - 3 \log_5 2$.
- Funktiolle $f(x) = -3x + 8$ on voimassa $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$. Miten lähellä lukua 2 täytyy luvun x olla, jotta
 - $|f(x) - 2| < 0,0003$,
 - $|f(x) - 2| < \varepsilon$, missä $\varepsilon > 0$?
- Onko funktiolla $f(x) = \frac{|x|+x^2}{|x|-x^2}$ raja-arvoa pisteessä $x = 0$?
- Laske raja-arvot
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x}$,
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4x + 3x^2}{2 + 3x - 5x^2}$,
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 9}{3x^3 + 2x^2 - 4x + 1}$.