
Matematiikan perusopintojakso

Kevät 2009

Harjoitus 4 (viikko 7)

1. Määää funktion $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ lokaalit ääriarvot. Onko funktiolla f pienintä tai suurinta arvoa joukossa \mathbb{R} ? Hahmottele funktion f kuvaaja.

Opastus: Voit olettaa tunnetuksi, että

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{e^{\frac{x^2}{2}}} = 0.$$

2. Määää kaksi reaalilukua siten, että lukujen erotus on 20 ja että lukujen tulo on pienin mahdollinen.

Opastus: Merkitse luvuista pienempää muuttujalla x .

3. Määää funktion $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ lineaarinen approksimaatio pisteen $a = 125$ ympäristössä. Approksimaatiota käyttäen laske likiarvo luvulle $122^{\frac{2}{3}}$.

4. Olkoon $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+2}$. Määää kaikki pisteet $c \in]1, 4[$ joissa väliarvolauseen johtopäätös on voimassa.

5. Määää y' annetuista yhtälöistä implisiittisellä derivoinnilla.

a) $x^3 + xy + y^3 = 400$ b) $y = e^{x^2+y^2}$.

6. Määää käyrän

$$x^4 + y^4 = 2xy^5$$

pisteen $(1, 1)$ kautta kulkevan tangentin yhtälö.

Opastus: Ks. luennolla jaetussa monisteessa oleva vastaava esimerkki.

7. Integroi funktiot

a) $\sqrt{3x+1}$, b) $\frac{\ln x}{x}$, c) $\frac{x}{2x^2+1}$, d) $e^{2x} \cos(e^{2x})$.

8. Laske a) $\int \frac{x^3 + 7x^2 + 11x + 5}{x + 5} dx$, b) $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$.