

SciFest 2013

Raportti solmuesityksestä lauantaina 13.4.

Eric Reyssat veti SciFestissä useaan kertaan solmuesityksensä, jossa sain olla avustamassa pari kertaa. Eric pyysi minua vetämään esityksen lauantaina, mihin suostuin ilomielin. Eric opetti minulle kolme erilaista solmutempua, jotka olivat taikatemppumaisuudesta huolimatta täyttä tiedettä. Nimesin solmutempuat seuraavasti: Conwayn tanssi, Diracin letit sekä Diracin letitys. Esittelen tässä raportissa jokaisen tempun erikseen kertoen mm. esiintymistilanteen onnistumisesta sekä käytännön huomioista, joita minulla tuli mieleen jatkoa ajatellen. Lisäksi olen koonnut solmutempuista kirjalliset ohjeet, joita noudattamalla toivon kenen tahansa pystyvän toteuttamaan tempuat. Tempuat ovat mielestäni mitä oivallisimpia piristyskeinoja sekä ala- että yläkoulun matematiikan tunneille.

Conwayn tanssi

Conwayn tanssissa on ideana tanssia kaksi narua solmuun, minkä jälkeen solmu ratkaistaan matemaattisesti ja tanssitaan auki. Käytettävissä on kaksi liikettä: punominen ja kääntyminen. Tanssin toteutuminen käy paremmin ilmi tekemästäni ohjeesta. Itse asiassa kyseessä on matemaattisessa mielessä takku (tangle) eikä solmu, sillä narut eivät muodosta suljettua rengasta, solmua. Nimi Conwayn tanssi tulee matemaatikko Conwayn mukaan. Hän on osoittanut, että jokaiselle takulle, joka on muodostettu Conwayn tanssin tapaan, on löydettävissä ainutlaatuinen luku. Tämä tarkoittaa sitä, että takun luku kertoo yksiselitteisesti, mikä takku on kyseessä.

Miten tuo luku sitten saadaan selville? Ohjeessa kuvatussa alkutilanteessa narut ovat erillään, jolloin takun luku on 0. Jokainen punominen kasvattaa lukua yhdellä, ja jokainen kääntyminen muuttaa luvun sen käänteisluvun vastaluvuksi. Jotta päästään alkutilanteeseen, on tästä luvusta päästävä takaisin lukuun 0 näillä samoilla yksinkertaisilla laskutoimituksilla. Conway on osoittanut, että jokaisesta rationaaliluvusta on mahdollista päästä lukuun 0 kyseisellä menettelyllä.

Itse tein Ericin esityksestä poiketen numerolaput, jotka kiinnitin lattiaan osoittamaan tanssijoille paikat 1-4. Laput eivät ole välttämättömät, mutta itse koin niiden lisäävän selkeyttä. Eric tanssitti tanssijoita ja lasketti laskijoita samanaikaisesti, mikä toimi aivan hyvin. Itse halusin kuitenkin kokeilla menettelyä, jossa tanssiti ensin narut solmuun, minkä jälkeen takulle laskettiin ensin luku ja sitten ratkaisu. Lopuksi narut tanssittiin selväksi ratkaisun mukaan. Tässä oli hyvää se, että tanssi oli jouhevampi. Toisaalta laskemiseen meni melko kauan aikaa, mikä aiheutti sen, että osa yleisöstä kyllästyi ja lähti pois. Ericillä oli tapana peittää takku pussilla ennen ratkaisutanssia, mistä sain idean käyttää pussin sijaan kaunista huivia. Se toimi oikein hyvin. Peittäminen lisää jännitystä, sillä sen ansiosta takun aukeaminen selviää vasta ihan lopuksi.

Vapaaehtoiset tanssijat oli helppoa saada, sillä tanssi on hyvin helppo ja siinä on oman kokemuksenikin mukaan mukava olla mukana. Laskijoiden löytäminen oli sen sijaan haastavampaa. Lopulta löysin kaksi yläkouluikäistä poikaa, jotka olivatkin oikein näppäriä

laskemaan. Laskemisessa tulee hallita melko haastavia murtolukulaskutoimituksia, kuten $-\frac{50}{19} + 1$, joten laskijoiksi ei voi valita ketä tahansa. Eric neuvoi, että takku, jonka luvussa osoittajasta ja nimittäjästä suurempi on noin 50. Silloin laskeminen ei muodostu liian hankalaksi, mutta takusta saa riittävän monimutkaisen.

Conwayn tanssi sopii mielestäni kaikenikäisille, mutta sen matemaattinen kiehtovuus avautuu kokemukseni mukaan parhaiten yläkouluiäkkäisille ja sitä vanhemmille.

Diracin letit

Diracin letti on sellainen, että narut lähtevät kannasta, joka on täysin kiinnitetty, ja päätyvät kantaan, joka on myös kiinnitetty, mutta jonka ympäri narut saavat kiertää. Narut kulkevat letin määritelmän mukaisesti pitkästä suunnassa. Diracin letit –solmutempussa muostuu kaksi Diracin lettiä siten, että levy, josta narut lähtevät, on yhteinen kanta, jonka ympäri naruja saa kiertää, ja kaksi vapaaehtoista narunpitäjää toimittavat täysin kiinnitettyjen kantojen virkaa. Idea tulee paremmin ymmärretyksi tekemässäni ohjeessa.

Ideana on, että yleisöä huijataan tarkoituksella. Diracin letillä on sellainen ominaisuus, että jos kantaa, jonka ympäri naruja saa kiertää, kierretään yhden kokonaisen kierroksen verran, syntyy letti, jota ei ole mahdollista palauttaa lähtötilanteeseen kiertämättä kantaa uudestaan. Sen sijaan kaksi kokonaista kierrosta palauttaa letin lähtötilanteeseen.

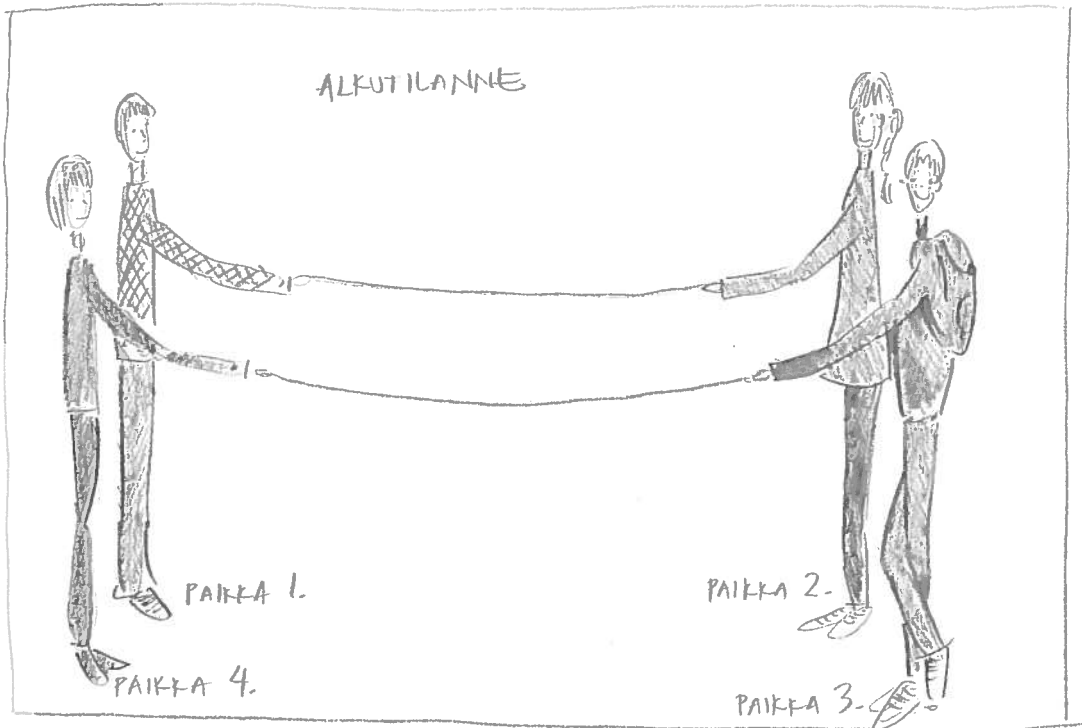
Siispä solmutempussa levyä kierretään ensin vain yhden kierroksen verran ja pyydetään yleisöä selvittämään narut. Kun yleisö saa tarpeekseen, esityksen vetäjä lupaa näyttää ratkaisun. Hän sanoo tekevänsä kokeneena tehtävästä haastavamman kiertämällä levyä kaksi kierrosta yhden sijaan. Narut selviävätkin kädenkäänteessä. Koska kyseessä ei ole taikuruus vaan tiede, yleisölle tulee selittää, että he tulivat huijatuksi. On myös tärkeää selittää, mikä matemaattinen ilmiö teki huijauksesta mahdollisen.

Itselläni epäonnistui tämä näytös, sillä kiersin vahingossa levyä väärään suuntaan, mikä aiheutti vain lettien monimutkaistumisen. Eric onneksi pelasti minut pulasta, joten mitään katastrofaalista ei päässyt sattumaan. Yleisöstä näytti olevan ihan hauskaa yrittää selvittää naruja, mutta koin itse, että Conwayn tanssin jälkeen tämä esitys oli hieman latteaa. Uskon kuitenkin, että omalla innostavuudella myös Diracin letit –esitys voi olla erittäin mielenkiintoinen – etenkin, kun painottaa matemaattista taustaa.

Diracin letitys

Diracin letityksessä on sama matemaattinen idea kuin Diracin letit –tempussa. Tässä esityksessä yleisön ei tarvitse osallistua mitenkään. Muodostuva letti on kaunis, minkä lisäksi esitys on lyhyt, joten sitä jaksaa hyvin seurata. Itse koin, että esitys toimi loistavasti kokonaisuuden osana. Käsitteilyä sain heti idean letityksen hyödyntämisestä esimerkiksi alakoulun käsitöissä.

CONWAYN TANSSI



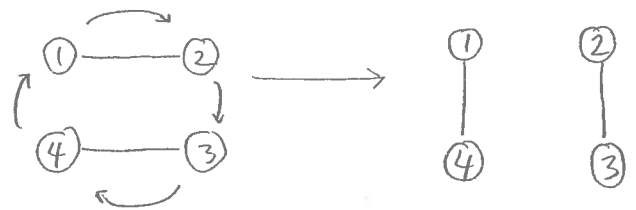
HUOM. MATEMAATTISISSA MIELESSÄ KYSESSÄ EI OLE SOLMU VAAN TAFKU (TANGLE).

TANSSIN IDEA: TANSSITAAN NARUT SOLMVUN KAHDILLA YKSINKERTAISELLA LIIKKEELLÄ. NE Ovat PUNOMINEN JA KÄÄNTYMINEN. RATKAISUTANSSI LASKETAAN MATEMAATTISESTI. SOLMUA RATKAISTAESSA KÄYTÖSSÄ OVAT AINOASTAAN SAMAT KAKSI LIKETTÄ.

PUNOMINEN: PAIKOILLA 1 JA 4 OLEVAT VAIHTAVAT PAIKKOJA KESKENÄÄN. PAIKALTA 1 PAIKALLE 4 SIIRTYNÄ ALITTAÄ NARUN.



KÄÄNTYMINEN: SIIRRYTÄÄN YHDEN PAIKAN VERRAN MYÖTÄPÄIVÄÄN.



$P = \text{PUNOMINEN} = x \rightarrow x+1$ (LUKUVUN LISÄTÄÄN YKSI.)

$K = \text{KÄÄNTYMINEN} = x \rightarrow -\frac{1}{x}$ (LUKU MUUTTUV ITSENSÄ KÄÄNTEILUVUN VASTALUVUUKSI.)

ESIMERKKI:

1. LÄHDETÄÄN ALKUTILANTEESTA, JOLLOIN $x=0$.

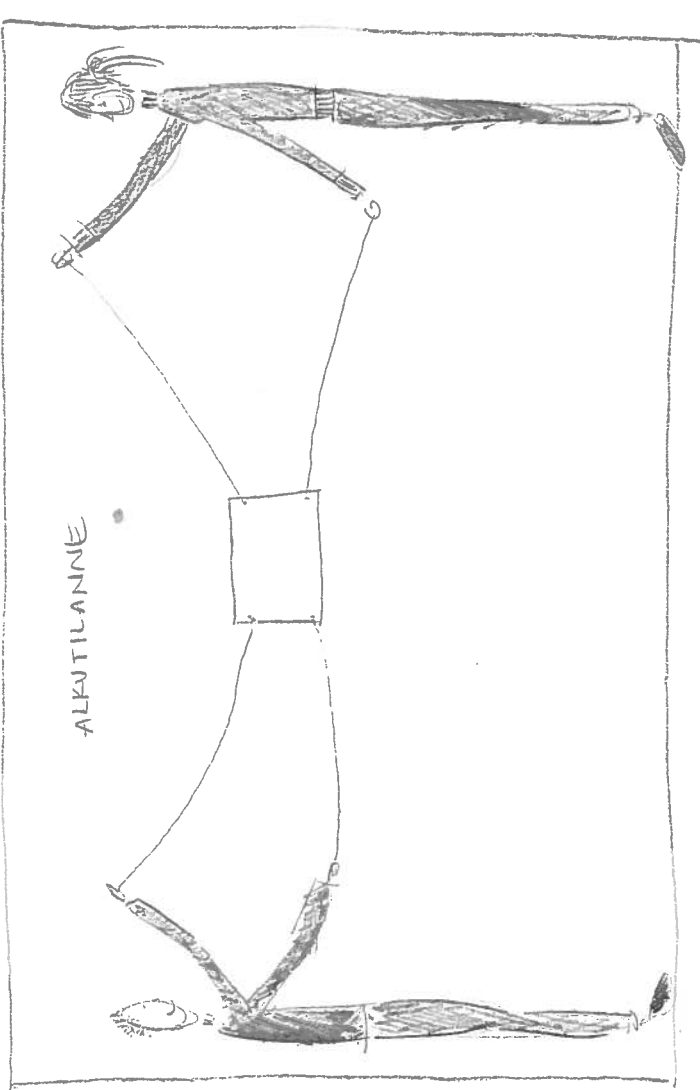
2. TANSSITAAN NARUT SOLMVUN SEURAAVASTI: PPPKPPKPPPKPPKPP

3. LASKETAAN SOLMULLE LUKU: $0 \xrightarrow{P} 1 \xrightarrow{P} 2 \xrightarrow{P} 3 \xrightarrow{K} -\frac{1}{3} \xrightarrow{P} \frac{2}{3} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{50}{31}$

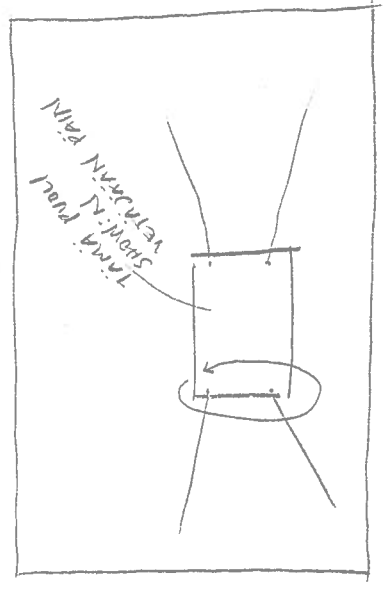
4. LASKETAAN SOLMULLE RATKAISU: $\frac{50}{31} \xrightarrow{K} -\frac{31}{50} \xrightarrow{P} \frac{19}{50} \xrightarrow{K} -\frac{50}{19} \xrightarrow{\text{PPPKPPKPPPKPP}} 0$

5. TANSSITAAN NARUT SELVÄKSI RATKAISUN MUKAISESTI.

PIRACIN LETIT

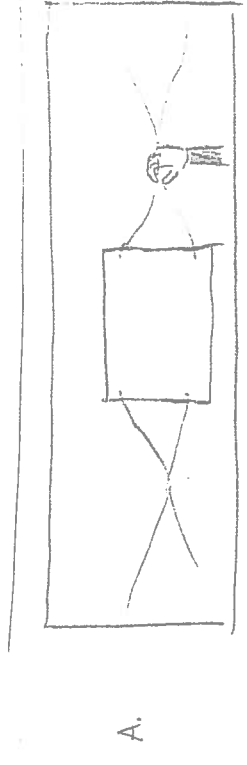


1. KÄÄNNETÄÄN LEVYÄ
YKSI KOKONAISEN KIERROS
SUUNTAAN. PYYDETÄÄN
YLEISÖÄ SELVITTÄMÄÄN
NARUT. LEVYÄ EI SAA KÄÄN-
TÄÄ, EIVÄTKÄ NARUN PITA-
JÄT SAA VAIHTAA KÄSIENSÄ
PAIKKOJA. NARUJA SAA
KUITENKIN KIERTÄÄ VAPAASTI
LEVYN YMPÄRI.

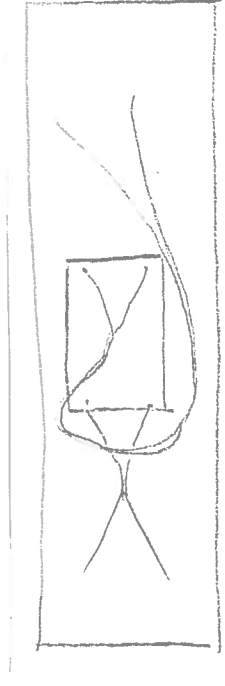


2. KUN YLEISÖ SAA TARPEEKSEEN YRITÄMISESTÄ, SHOWN VETÄJÄ
OYAA OHJAT KÄSIINSÄ. NARUT LAITETAAN ALKUTILANTEeseen JA LEVYÄ
KÄÄNNETÄÄN NYT KAKSI KIERROSTA JAMAAN SUUNTAAN, MIKÄ NÄYT-
TÄÄ KÄÄNNÄTÄÄN NARUT

3. OTETAAN OIKEANPUOLEISISTA NARUISTA KIINNI JA
KIERRETTÄÄN NE ETUKAUTTA LEVYN YMPÄRI KUTEN
KUVASSA.

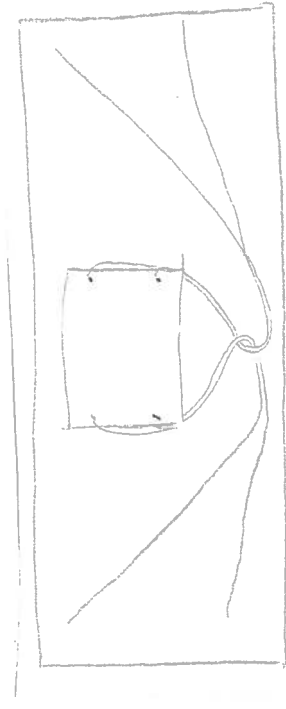


A.



B.

4. NYT NARUT ASETTUVAAT KUTEN KUVASSA C. SEURAA-
VAKSI TARVITSEE VAIN KIERTÄÄ VASEMMANPUOLEISET
NARUT TAKAKAUTTA LEVYN YMPÄRI JA NARUT OVAT
SELVÄT.



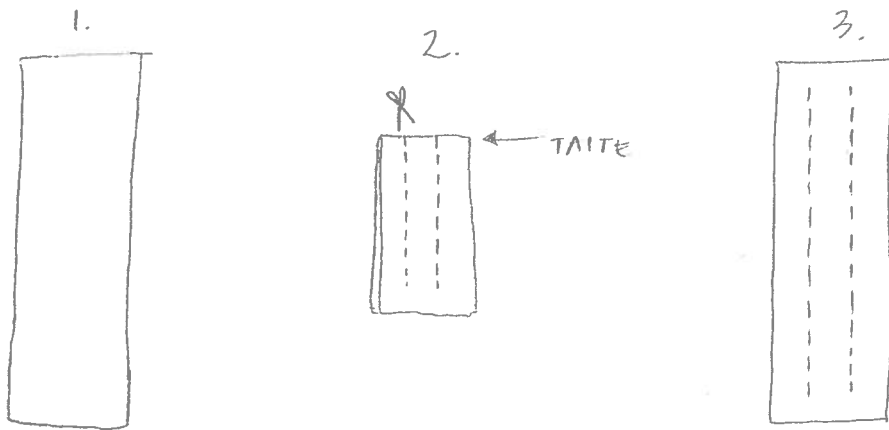
C.

5. KOSKA KYSYMYS ON TIETEESTÄ EIKÄ TAIKUUDESTA, KER-
ROTAAN YLEISÖLLE, ETTEI PATAISU OLLUT MAHDOLLINEN
HEIDÄN TILANTEESSAAN. KAKSI KIERROSTA SEN SIIJAAN
PAIALLIITAA PIRACIN LETIT LÄHTÖTILANTEeseen.

DIRACIN LETITYS

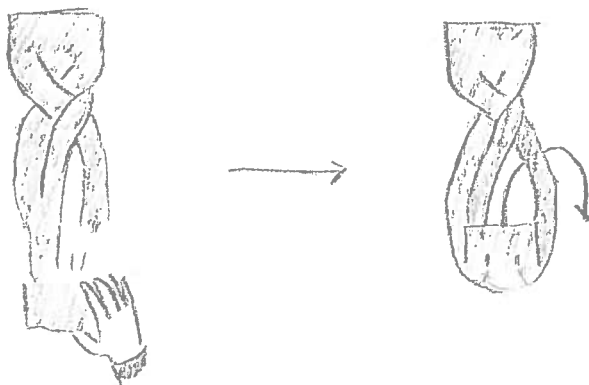
IDEA: SAADAAN AIKAAN PURKAANTUMATON LETTI KÄYTTÄMÄLLÄ HYVÄISI DIRACIN LETIN OMINAISUUKSIA.

ALKUTILANNE: LEIKATAAN ESIMERKIKSI PÖYTÄLINNASTA PITKULAN MUOTOINEN SUORAKAITALE. TAITETAAN SE PITKITTÄISSUUNNASSA JA LEIKATAAN TAITTEEN SUUNNASTA KOLMEEN OSAAN JÄTTÄEN LOPPUUN VÄHÄN MATKAA EHUJÄÄ KANGASTA.



LETITYS: 1. ALOITETAAN OIKEANPUOLEISESTA SUIKALEESTA. TUODAAN SE KESKELLE. SEURAAVAKSI TUODAAN VASEMMANPUOLEINEN SUIKALE KESKELLE JA VIELÄ SENHETKINEN OIKEANPUOLEINEN KESKELLE.

2. OTETAAN ALHAALTA KIINNI JA PUJOTETAAN LETIN ALAOSA OIKEAPUOLEISESTA RAOSTA KUTEN KUVASSA:



3. TEHDÄÄN JAMA ALOITTAEN VASEMMALTA: VASEN KESKELLE, OIKEA KESKELLE, VASEN KESKELLE. SITEN ALAOSA VASEMMANPUOLEISESTA RAOSTA LÄPI. TÄSSÄ VAIHEESSA ALAOSAN SUIKALEIDEN PITÄISI OLLA SELVÄT.

4. JATKETAAN, KUNNES LETTI ON HALUTUN MITTAINEN.