



Kartiroleikkaukset

SciFest 2015: työpajan Kohtaa matematiikka!
osaraportti

Fysiikan ja matematiikan laitos
Itä-Suomen yliopisto
Joensuun kampus

Kurssin vastaava opettaja: Martti Pesonen
Pääopettaja Tommi Sallinen

Vertaisohjaaja: Raimo Marttinen
Työpisteen pitäjät: Juho Nevalainen, Santeri Koho, Raimo Marttinen
Joensuussa 18.5.2015

Tiivistelmä

Tämä on Sci-Festeille 2015 toteutetun Koe Matematiikka!-työpajan Kartioleikkaus työpisteen raportti työpisteen suunnittelusta, toteutuksesta, sekä kokemuksista, että kehitysideoista. Raportti on laadittu osana työpajatoiminta matemaattisissa aineissa-opintojaksoa Itä-Suomen Yliopistossa. Raportin alussa kerrotaan yleisesti SciFestista, sekä Koe Matematiikka!-pajasta. Tämän jälkeen kuvataan lyhyesti opintojakson: työpajatoiminta matemaattisissa aineissa sisältöä. Seuraavaksi selostetaan miten Kartioleikkaukset työpisteeseen on valmistauduttu ja sen sisältö SciFestillä. Lopuksi kerrotaan vielä työpisteen kokemuksia, sekä ideoita miten pistettä voisi tulevaisuudessa kehittää.

Sisällys

Kartiroleikkaukset	1
SciFest 2015: työpajan Kohtaa matematiikka! osaraportti	1
Kartiroleikkaukset	4
1. Johdanto	4
2. Työpisteen pitämiseen valmistautuminen	4
3. Työpisteen ohjelma SciFestissä 2015	5
3.1 Kartiot muovailuvahasta	6
3.2 Puukartiot ja muovikartio	6
3.3 Lankakartiot	6
3.4 Geogebra	7
3.5 Aaltovesiallas ja laservalo ellipsissä	8
3.6 Laserkartio	9
3.7 Ellipsinpiirtotyökalut	9
3.8 Aurinkolämmitin	10
4. Kokemukset, onnistuminen	10
5. Ongelmat ja suositukset jatkoa varten	11
6. Lähteet	11

Kartiroleikkaukset

Tässä esityksessä *työpajalla* tarkoitetaan työpajakokonaisuutta Koe matematiikka! ja sen viiden eri työryhmän pitämiä osapajoja *työpisteiksi*. Kullakin työpisteellä voi olla useita *osioita*, jotka ovat itsenäisiä tai toisiinsa liittyviä pienimpiä toimintakokonaisuuksia.

1. Johdanto

SciFest on vuosittainen Joensuun Tiedeseura ry:n ja Itä-Suomen yliopiston järjestämä tiede-, ympäristö- ja teknologiafestivaali lapsille, nuorille, koululaisille ja opettajille. Yhdeksäs SciFest-tapahtuma järjestettiin **23. - 25.4.2015** Joensuu Arenalla.

SciFest pitää sisällään työpajoja, kilpailuja, luentoja, vuorovaikutteisia näyttelyitä ja paljon muuta tieteeseen, ympäristöön ja teknologiaan liittyvää asiaa. Tapahtuman pääkohderyhmänä ovat 11-16 vuotiaat koululaiset, lukion opiskelijat ja opettajat. Osa tapahtuman toiminnoista on suunnattu kouluille, ja ne vaativat ennakoilmoittautumisen ennen tapahtumaa. SciFest-festivaalilla on myös täysin avoimia työpajoja ja luentoja, joihin kaikki kiinnostuneet voivat osallistua. [1]

Scifest:ssa oli "Kohtaa matematiikka!" -aiheisia työpajoja oli kartiroleikkaukset mukaan lukien yhteensä seitsemän kappaletta. Eric Reyssat piti niistä kahta, *Coding and decoding* sekä *Conway's dance*. Tämän lisäksi muut matematiikan opiskelijat olivat tehneet *Kohti ääretöntä ja sen yli*, *Monitahokkaat*, *Tutki ja ratkaise* sekä *Pelit, päättelyt ja ongelmat* -työpajat. Kohti ääretöntä ja sen yli -paja käsitteli nimensä mukaisesti sitä, miten numeroituvuus ja ylinumeroituvuus erottavat erikokoiset äärettömät, sekä mitä seuraa siitä, kun ollaan äärettömyydessä. Monitahokkaat tehtiin kaikenikäisille tutuiksi muun muassa origamien ja Rubikin kuution avulla. Tutki ja ratkaise -paja oli tietokoneella järjestetty ongelmanratkaisukykyä kehittävä, hauska keksityn rikoksen ratkaisu vihjeiden avulla. Loogista päättelyä vaati myöskin Pelit, päättelyt ja ongelmat -paja, jossa oli käytetty hyväksi muun muassa lautapelejä ja väritystehtäviä saadakseen aihepiirin sopimaan perheen pienimmille.

Työpajatoiminta matemaattisissa aineissa-opintojaksolla tutustuttiin monitahokkasiin, kartiroleikkauksiin, äärettömyyksiin, sekä ranskalaisen vieraan Eric Reyssatin pitämiin solmujen matematisointiin ja salaukseen. Lisäksi opintojakson aikana tutustuttiin vanhoihin havainnollistamisvälineisiin, sekä aiempiin matematiikan SciFest pajojen sisältöihin ja kehitettiin lisäideoita tämän vuotisiin pajoihin. Kartiroleikkauksia käsittelevillä luennoilla tutustuttiin, miten erilaiset kuviot muodostuvat kartiosta. Lisäksi tarkasteltiin ellipsin piirtovälineiden todistusta, sekä todistimme paraabelin olevan yhtä etäällä sekä polttopisteestä, että johtosuorasta.

2. Työpisteen pitämiseen valmistautuminen

Valmistauduimme työpisteen pitämiseen suunnittelemalla sisältöä pajaan. Apuna käytimme Office 365- pilvipalvelua, koska yhteisten tapaamisten järjestäminen muodostui eriävien aikataulujen vuoksi hankalaksi. Aluksi tutustuimme vanhoihin kartiroleikkauksien työpaja-raportteihin, joista poimimme toimivilta vaikuttaneita ideoita. Sen lisäksi etsimme internetistä lisää ehdotuksia työpajan sisältöön. Suurin osa pajan sisällöstä olivat aiemminkin käytettyjä, jotka löytyivät jo valmiina. Uusia lisukkeita pajaan olivat aaltovesiallas, Angry Birds Geogebra, sekä

paraboloidinen peili. Näiden lisäksi suunnittelimme todellisuuden kartioleikkauksista, kuten Golden Gate Bridge, valo

Aaltovesiällä varten Tommi Sallinen valmisti Tech Clubin 3D tulostimella akryylilevystä ellipsin, sekä paraabelin muotoiset kappaleet. Geogebraalla toimiva Angry Birds loves parabolas sovelluksen löytää geogebra sivuilta, tarkempi osoite löytyy lähteistä [2]. Sovelluksen löytää myös helposti googlen avulla hakusanoilla angry birds geogebra. Aurinkolämmitin on rakennettu päällystämällä satelliittiantenni foliolla. Lisäksi pajalla käytetty peilin pyöritin ja teline laserkynälle löytyy Tommi Itkosen työhuoneesta. Muut tavarat löytyvät Lumalta.

Pilvipalvelun lisäksi pidimme kolme tapaamista, joissa kävimme läpi pajan sisältöä, sekä suunnittelimme miten aiomme pajan toteuttaa. Lisäksi tutustuimme välineisiin ja niiden käyttöön. Työpajaa varten emme laatineet erillisiä ohjeita, vaan tarkoituksena oli toimia tilanteen ja osallistujien iän mukaan. Tavoitteena oli kuitenkin ongelmanratkonnalla toimiminen, sekä tutustuttaa osallistujia kartioleikkauksiin, joten keksimme kysymyksiä joita voisimme pajan ohessa kysyä.



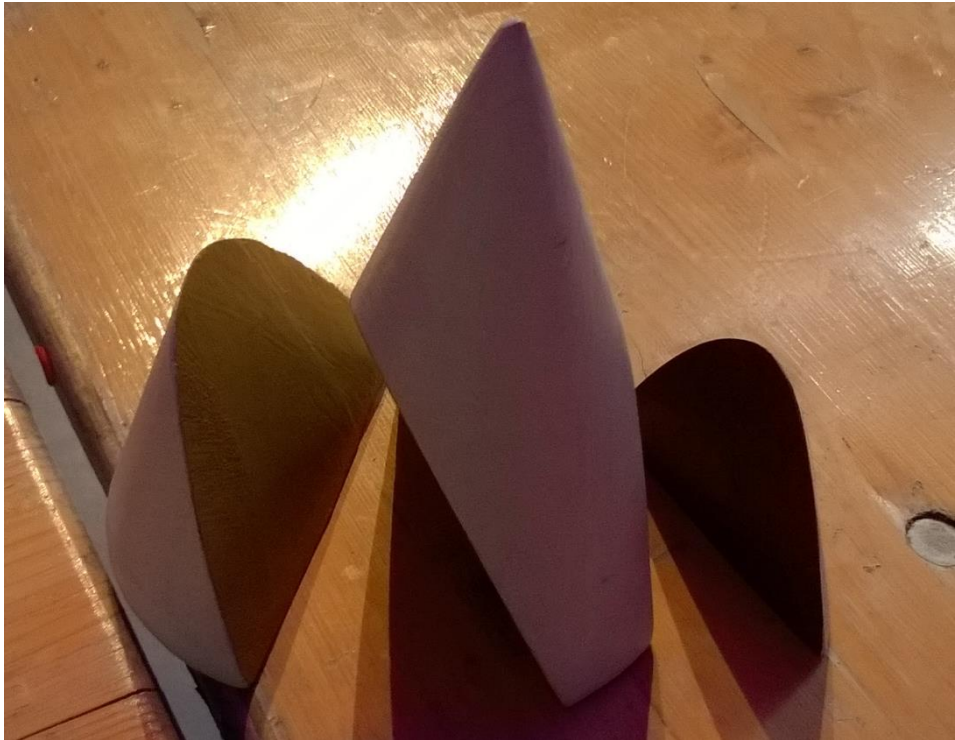
© Tommi Sallinen

3. Työpisteen ohjelma SciFestissä 2015

Työpiste koostui 8 osiosta, joissa kaikissa tutustuttiin kartioleikkauksiin. Useimmissa osioissa oli omatoimista työskentelyä, joissain taas tutustuttiin kartioleikkausta havainnoiviin välineisiin.

3.1 Kartiot muoviluvahasta

Tässä pajan osiossa annettiin kaikille muoviluvahaa, josta muotoiltiin kartion muotoinen. Seuraavaksi osallistujia pyydettiin leikkaamaan kartiosta suorasta pala irti ja pyydettiin tarkastelemaan millainen syntynyt kuvio oli. Tunnistamisen jälkeen osallistujia pyydettiin leikkaamaan vielä toinen pala, eri suunnassa kuin aiemmin, siten että muodostuva kuvio olisi erilainen kuin ensimmäinen. Välillä tätä osiota toteutettiin myös siten, että osallistujaa pyydettiin tekemään kartio ja leikkaamaan kartiosta sellainen pala, että leikkauskuvioiksi muodostuisi esimerkiksi ympyrä. Tämä oli erityisesti hivenen vanhemmille sopivampi tapa toimia.



3.2 Puukartiot ja muovikartio

Puukartiot, sekä Joensuun normaalikoululta lainattu muovinen kartio toimivat melko lailla yhdessä muoviluvahan kanssa. Näiden tehtävä oli havainnollistaa kuinka erilaisia kuvioita saadaan kartioista aikaiseksi. Erityisesti nämä toimivat apuna silloin, kun osallistuja yritti saada muoviluvahastaan tietyn muotoisen kuvion aikaiseksi. Muovikartio oli myös paras tapa näyttää kaikki kartioleikkaukset erikseen, lisäksi sen eriväriset leikkauspinnat helpottivat niiden tarkastelua. Näitä kartioita tarkastelemalla saatiin myös paremmin selville minkälainen kuvio leikkauksesta syntyy, koska muoviluvahasta tehty kartio ei koskaan ollut täysin oikeanmuotoinen, eikä leikkauskaan ollut aina täysin suora.

3.3 Lankakartiot

Lankakartioiden avulla päästiin paremmin tarkastelemaan, miten koordinaatistosta tutut kuviot: ympyrä, ellipsi, paraabeli ja hyperbeli syntyvät kartion leikkauksesta. Tässä osallistujalle annettiin paperista leikattu kuvio ja häntä pyydettiin etsimään miten kuvio on saatu kartiosta. Osallistujan tuli siis asettaa, esimerkiksi paperi josta oli leikattu paraabelin

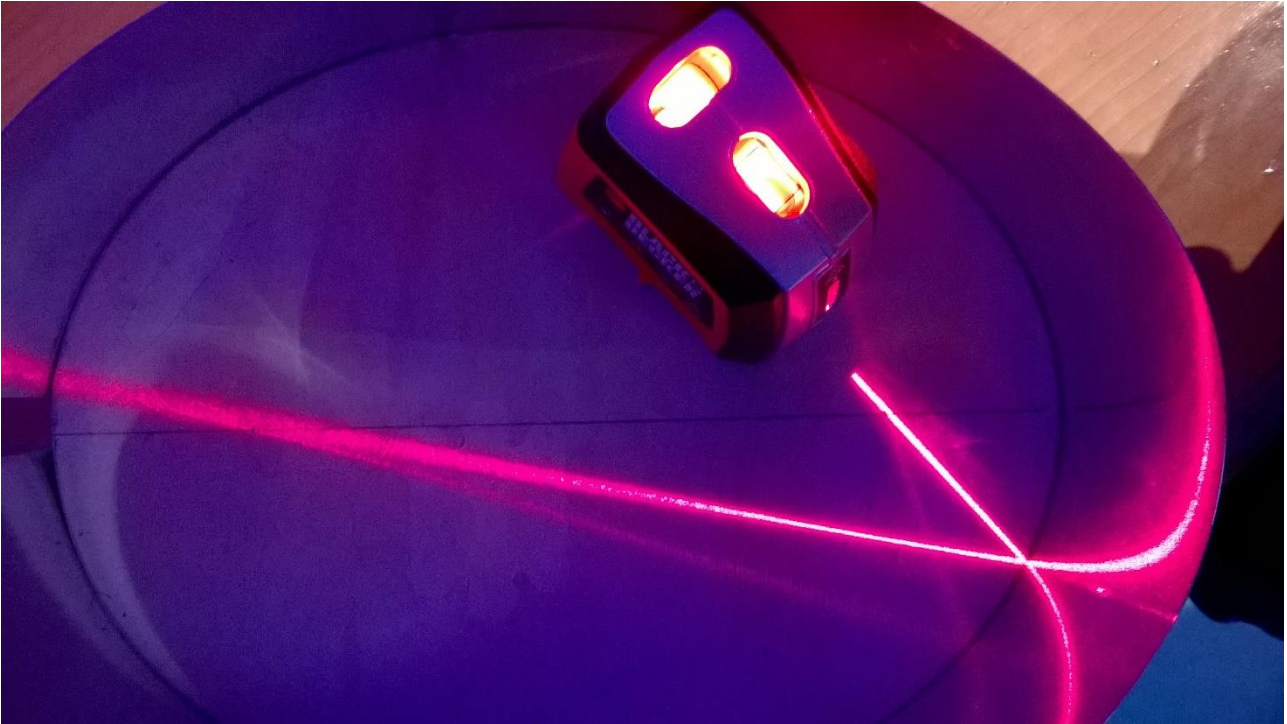
muotoinen kuvio irti, kartioon siten, että leikattu kuvio kosketti joka puolelta kartiota. Tällöin paperi osoitti leikkauksen kulman, jolla kyseinen kuvio on kartiosta saatu. Lankakartioita pystyttiin käyttämään myös laservalon avulla, jota käytettiin ellipsin heijastumista tutkittaessa. Tällöin laservalolla voitiin ”pyyhkäistä” eri kulmissa ja suunnissa erilaisia kartioleikkauksia ja voitiin saada erilaisia kuvioita, kuin mitä paperilla oli valmiina.



3.4 Geogebra

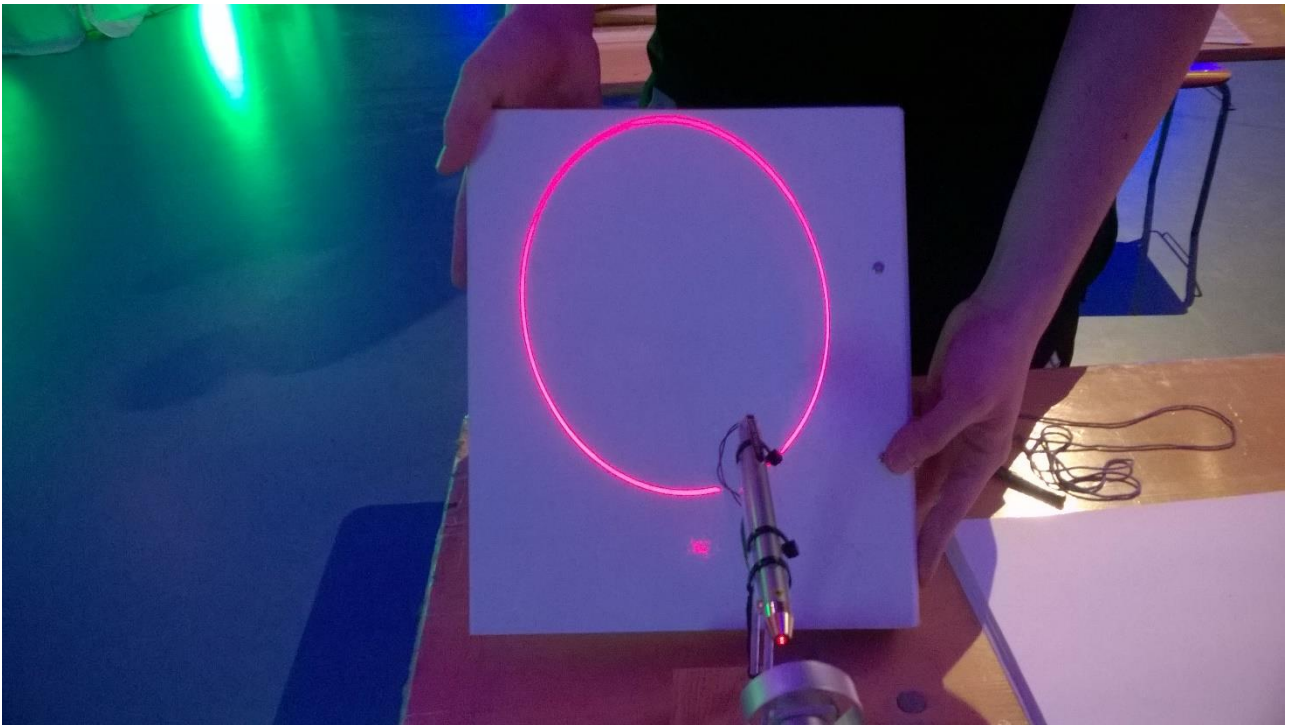
Geogebra tietokoneohjelman avulla oli mahdollista havainnollistaa heittoliikkeessä muodostuvaa kartioleikkausta eli paraabelia. Osallistujan tarkoituksena oli säätää paraabelin muuttujia siten, että se oli sopusoinnussa Geogebrian taustakuvan kanssa. Tämä oli kuvakaappaus Angry Birds pelistä, eli osallistujat asettivat paraabelin kulkemaan pelin lintujen lähtöpaikasta siten, että lintu osuisi kohteeseensa.

3.5 Aaltovesiallas ja laservalo ellipsissä



Aaltovesiallas oli muoviasiasta, jonka pohjalla oli vettä johon oli asetettu joko paraabelin tai ellipsin muotoinen kappale. Näiden avulla oli mahdollista havainnollistaa (vesi)aaltojen heijastumista kyseisten kappaleiden pinnoista, kun muoviasiaan tökki kynällä. Ongelmana tässä oli valaistuksen puute, koska veden aaltoja oli vaikea erottaa hämärässä. Laservalo ellipsissä (yllä olevassa kuvassa) havainnollistettiin laservalon säteen heijastumista ellipsin muotoisesta peilipinnasta. Tällä voitiin näyttää muun muassa kuinka ellipsin polttopisteen kautta kulkeva säde heijastuu lopulta myös ellipsin toisen polttopisteen kautta (kuvassa). Yleinen toimintatapa laserin kanssa oli liikuttaa laseria siten, että säde kulkee yhden polttopisteen kautta eri suunnista. Osallistujien tehtävänä oli tällöin tehdä havaintoja säteen heijastumisesta. Harva osallistujista osasi sanoa säteen kulkevan myös toisen polttopisteen kautta, tähän voi vaikuttaa se, että peilipinta ei ollut aivan kunnollinen ellipsi kuten kuvan vasemmasta puolesta näkee, jolloin säde ei aina kulkenut toisen polttopisteen kautta.

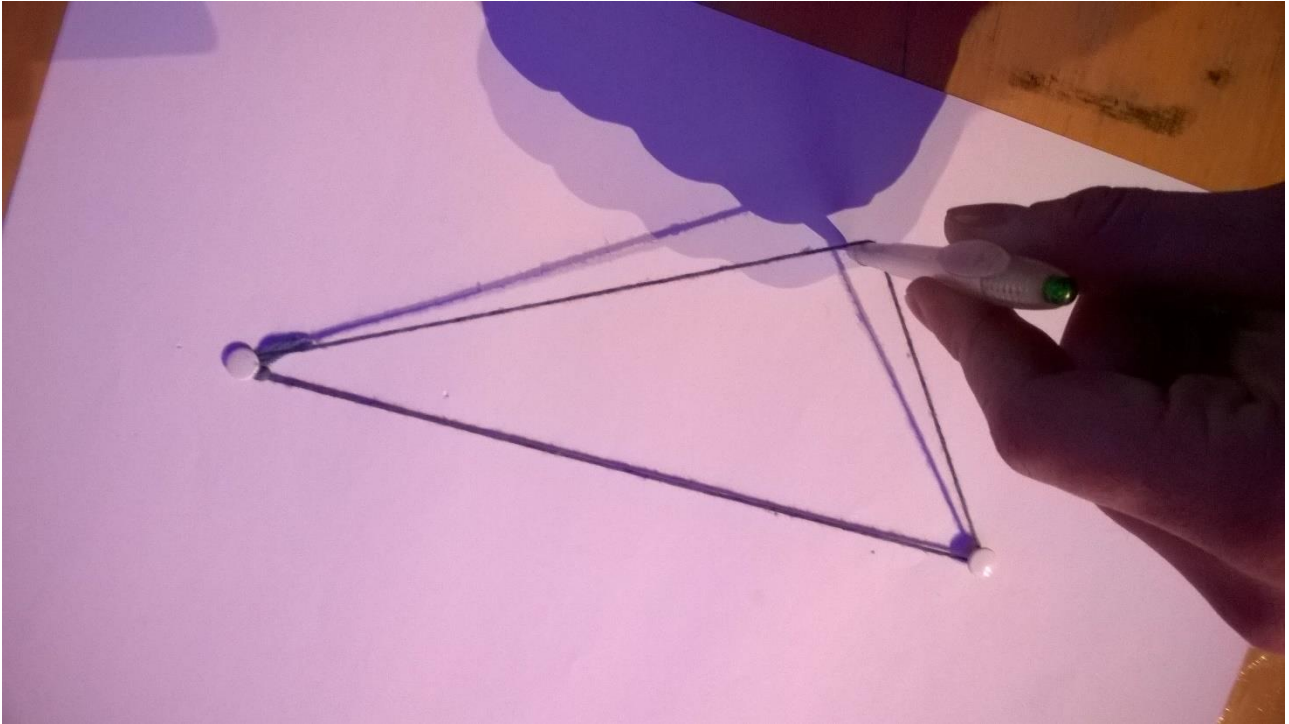
3.6 Laserkartio



Laserkartio pajassa oli laserkynä, joka osoitti nopeasti vinosti pyörivään peiliin. Laservalon heijastuminen peilin kautta piirsi peilin edessä olevalle paperille eri kartioleikkauksia riippuen siitä kuinka paperia kallistettiin. Kun paperi oli kohtisuorassa laseria vastaan, niin paperiin muodostui ympyrä. Jos tätä kallistettiin, muodostui ellipsi. Mikäli paperia kallistettiin vielä lisää, niin saatiin muodostettua paraabeli ja hyperbeli. Laserkartio kiinnosti monia Scifestiin osallistujia sen näyttävyuden ja omaperäisen havainnollistamistavan takia.

3.7 Ellipsinpiirtotyökalut





Ellipsin piirtämistä havainnollistettiin kahdella eri tavalla. Yksi menetelmä oli koulusta tutun harpin tapaisella välineellä, joka pyöri ja pystyi liikkumaan kahden toisiaan kohtisuorassa olevien uomien sisällä. Laitte kiinnosti monia osallistujia. Laitteen kanssa oli ongelmia kuinka saada kynä pysymään sille tarkoitetussa reiässä, sekä laitteen pyörittäminen ja liikuttaminen oli hyvin hankalaa. Toinen ellipsin piirtämismenetelmä oli kahden nastan (polttopisteet) ja näiden ympäri asetetun langan avulla. Edellisen menetelmän avulla sai hyvin havainnollistettua sitä kuinka ellipsin polttopisteiden kautta samaan pisteeseen piirrettyjen suorien pituus on aina sama.

3.8 Aurinkolämmitin

Satelliittiantennista rakennetun auringon valolla toimivan lämmittimen kohtalo oli julma johtuen säästä. Tähän toki oli varauduttu, ettei laitetta välttämättä pysty SciFestin aikana hyödyntämään. Koska sekä torstai, että perjantai olivat sateisia päiviä, ei laitetta ja sen tehoa voitu osoittaa. Tämä oli suuri pettymys, sillä uskoimme osallistujien hämmästyvän kuinka tehokkaasti foliolla päällystetty paraboloidinen pinta siirtää auringon lämpöä. Vaikka tällä kertaa laite ei ollutkaan käytettävissä, uskomme sen silti olevan hyvä lisä pajaan tulevaisuudessa. Laitetta voi havainnollistaa myös valon kanssa.

4. Kokemukset, onnistuminen

Mielestämme pajaamme voi pitää onnistuneena ja siitä jäi jälkikäteen hyvä kuva. Monet pysähtyivät pajan edustalle ihmettelemään mistä on kyse. Lapsiperheet ja nuoremmat vieraat vierailijat innostuivat muovailuvahan käytöstä ja vanhemmat olivat puolestaan erityisen kiinnostuneita ellipsin piirtovälineistä, nämä kiinnostivat myös hivenen nuorempiakin. Ohjattujen ryhmien aikana huomiota sai myös tietokoneella tehty Angry Birds lentoradan tutkiminen. Lankakartiot veti hyvin katsojia ohjattujen ryhmien ulkopuolella sen kokonsa vuoksi. Tämän avulla sai hyvin ihmisiä jäämään pajalle pidemmäksi aikaa kuuntelemaan ja tutkimaan muita työpisteitä.

5. Ongelmat ja suositukset jatkoa varten

Koska sää oli hyvin pilvinen, ei aurinkokeitintä juurikaan päästy hyödyntämään. Tämä oli suuri pettymys, sillä olisi voinut olla varsinkin nuorempien mieleen päästä kokeilemaan sen tehoa auringon valossa. Toinen suurempi ongelma oli ohjattujen tuokioiden oppilaiden vähäinen kiinnostus, sekä sekaannus ryhmien kanssa. Ilmeisesti osa ryhmistä olivat tulleet meidän pajalle, vaikka heidän olisi tullut mennä johonkin toiseen matematiikan pajaan. Tämä olisi voitu välttää pystyttämällä selkeämmät bannerit pajojen läheisyyteen. Aaltovesiallas oli osaltaan ihan toimiva, mutta valaistus aiheutti ongelmia aaltojen tutkimisen kannalta. Suositteisimme kehittämään jatkoa varten lisää erilaista tekemistä pajaan. Varsinkin erilaiset piirtovälineet voisivat olla kiinnostavia. Voisi myös harkita muunlaisten käytännön esimerkkien käyttöä, kuten auton valojen hyperboloidista peilipintaa tai mikroфонia/ääntä heijastava pinta.

6. Lähteet

[1]: <http://www.scifest.fi/yleista.php>

[2]: <https://tube.geogebra.org/material/show/id/2713>